matemaatika võistlusmäng

KÄNGURU

lahendused

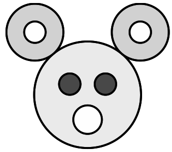
2023

Ülesanded ja kokkuvõtted
www.teaduskool.ut.ee/ainevoistlused/kanguru/

TÜ teaduskool
Eesti Matemaatika Selts

LAHENDUSED

PRE-EKOLIER 2023

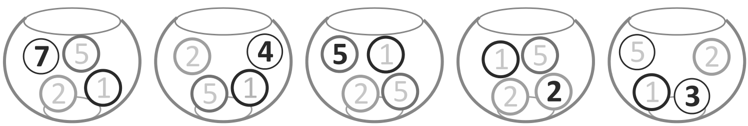


1. (D) Joonisel olev pilt meenutab looma nägu. Kummaski kõrvas on kaks ringjoont ning siis veel pea, kaks silma ja suu. Joonisel on kokku 2 + 2 + 1 + 2 + 1 = 8 ringjoont.

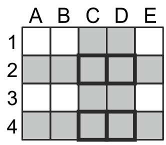
2. (B) Ülevalt vaadetes näeme pealmisest kihist kahte klotsi ja alumisest kihist ühte klotsi. Ülemise kihi klotsid hall ja must peavad olema otstes ja keskel alumise kihi valge klots. Selline klots on antud vastusevariandis B.

3. (B) Joonisel on näha nelja autot. Et kokku on teelõigul 10 autot, siis tunnelis on 10 – 4 = 6 autot.

4. (A) Paneme tähele, et igas kausis on pallid arvudega 1, 2 ja 5. Seega kõige suurem on arvude summa kausis, kus neljandal pallil olev arv on kõige suurem. Kõige suurem arv neljandal pallil on 7, mis on vasakult esimeses kausis ehk vastusevariandis A.

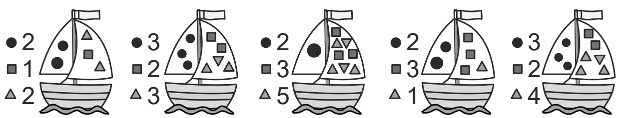


5. (C) Igas reas on 5 ruutu ja igas veerus 4 ruutu. Igal real ja igal veerul on üks ühine ruut. Kuna värviti ruudud kahes reas ja kahes veerus, siis ruute, mida oleks tulnud värvida kaks korda, oli 4. Järelikult värviti ruute kokku 5 + 5 + 4 + 4 – 4 = 14. Järelikult värvimata jäi 20 – 14 = 6 ruutu.

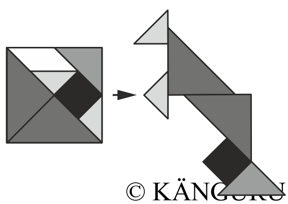


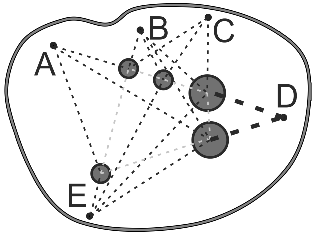
6. (C) Kingitud tordil oli 4 pikka ja 6 väikest küünalt. Seega isa sai 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 46 aastaseks.

7. (E) Kirjutame iga laeva juurde selle purjedel olevate ringide, ruutude ja kolmnurkade arvud. Näeme, et vaid parempoolse laeva purjedel on ruutude arv väiksem kui ringide arv ning samal ajal kolmnurki on ruutudest 2 võrra rohkem.



8. (A) Näeme, et kasutamata jäi vastusevariandis A antud nelinurkne tükk.





9. (D) Joonestame punktidest A, B, C, D ja E punktiirjooned nende puudeni, mida sealt on võimalik näha. Näeme, et vaid punktist D lähtub kaks punktiirjoont, kuna väiksemad puud asuvad suurematega samadel sirgetel ja jäävad seega nende taha peitu.

10. (C) Võrduse vasakul pool on teadaolevate arvude summa 10 + 2 = 12. Et summa kokku oleks 18, tuleb vasakule poole lisada 18 – 12 = 6. Et mõlemale küsimärgile peab vastama sama arv, siis kuna 6 = 3 + 3, tuleb küsimärgi asemele kirjutada 3.

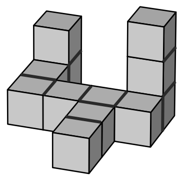
11. (D) Näeme, et igat ristmikku pidi Mati ületama kaks korda ja seega iga ristmiku kohta lasi ta kaks signaali. Ristmikke on 7 ja järelikult lasi ta signaali 7 + 7 = 14 korda.

12. (B) Murdejoonest ühele poole jääv pilt peab olema teisele poole jääva peegelpilt, mis tähendab, et samasugsed kujundid peavad olema murdejoonest mõlemal pool samal kaugusel. Märkame, et ringikujuline auk tehti paberi servale lähemale ja ruudukujuline voltejoonele lähemale ehk keskjoonele lähemale. Selline pilt on antud vastusevariandis B.

13. (E) Vasakpoolsel mesilasel on puudu üks tunnal, silm, suu ja tiib. Nende kujunditega on samades lahtrites vastavalt arvud 3, 1, 5 ja 4. Seega kõigi nende kujunditega samades lahtrites olevate arvude summa on 3 + 1 + 5 + 4 = 13.

14. (C) Joonist vaadates märkame, et igas veerus on 4 väikest ruutu. Neljas vasakpoolses veerus on igas kaks valget ja kaks halli väikest ruutu. Seega on neljast veerust moodustuvas ruudus pooled väikestest ruutudest hallid ja pooled valged. Et kõikidest ruutudest pooled oleks hallid peaks ka kahes parempoolses veerus olema pooled väikestest ruutudest hallid. Kokku on neis kahes veerus kaheksa ruutu ja seega peaks seal olema 4 halli väikest ruutu. Näeme, et praegu on seal vaid üks väike hall ruut. Seega tuleks halliks värvida veel 3 väikest ruutu. Seejuures ei ole oluline, kus täpselt need väikesed hallid ruudud paikenevad.

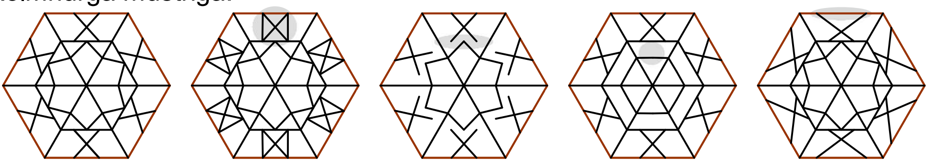
Märkus: Loomulikult saab ülesannet lahendada ka lihtsalt ruute loendades. Kokku on 24 väikest ruutu ja järelikult halle peaks olema 12. Loendades jooniselt kokku sel juba olemasolevad hallid ruudud, saame 9. Järelikult juurde tuleks värvida 12 – 9 = 3 väikest ruutu.



15. (D) Joonisel on tugevama joonega märgitud tahkude ühenduskohad, kuhu tuleb panna liimitilk. Loendades need jooniselt kokku, saame 11.

Märkus: Vajaminevate liimitilkade arvu saame leida ka nii, et paneme tähele, et meil on 3 kuubikut, millel on ühendatud vaid üks tahk, 8 kuubikut, millel on ühendatud kaks tahku, ning üks kuubik, millel on ühendatud kolm tahku. Seega üldse kokkupuutuvaid tahke on 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3 = 22. Et aga kahe kokkupandud tahu vahele pandi üks liimitilk, siis Kati kasutas 11 tilka liimi.

16. (A) Kuna 6 kolmnurka olid kõik ühesugused, siis piisab vaadata mustrist vaid ühte kolmnurka ja võrrelda seda ülesande parempoolsel joonisel antud kolmnurgaga. Nii leiame, et saab teha mustri, mis on vastusevariandis A. Ülejäänud mustrites on märgitud ühes kolmnurgas koht, mis erineb antud kolmnurga mustriga.

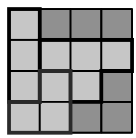


17. (D) Lisaks Emilile ja Vollile osales veel 5 last: kaks neist said parema tulemuse kui Emili ning kolme tulemus jäi Emili ja Volli tulemuste vahele. Seega võistlusel oli 2 + 1 + 3 + 1 = 7 osalejat.

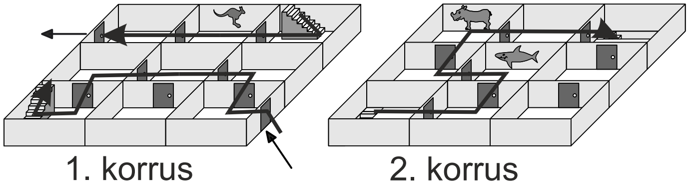
18. (C) Teame, et Villu on kõige noorem ja seega tema tort küünlaga 4. Et Lea on kaks aastat vanem kui Jaan, siis Lea tort saab olla kas küünlaga 8 või 7. Kuna aga Lea peab olema Anust aasta noorem, siis saame, et Lea tort on küünlaga 7 ja Anu oma küünlaga 8. Kuna Lea oli kaks aastat Jaanist vanem, siis Jaani tort on küünlaga 5. Oleme saanud, et Sassi tort on küünlaga 6, mis on antud vastusevariandis C.

19. (A) Kaardilt näeme, et teedest moodustub nagu ringrada kogupikkusega 5 + 4 + 6 + 2 + 7 = 24. Kui ühest sellisest külast minna teise ühtepidi ja tagasi tulla teistpidi, siis kokku moodustub terve ringrada. Seega kui mõlemat pidi on tee sama pikkusega, siis ühte pidi liikudes peab teekonna pikkus olema pool kõikide teede kogupikkusest. Järelikult tuleb leida kaks küla, millede vaheline kaugus on 12. Kokku on neli teed ja ükski neist ei ole pikkusega 12. Seega peab üks võimalustest koosnema kahest ja teine kolmest teest. Vaadates kõiki kahe järjestikku olevate teede pikkuste summat, saame: 5 + 4, 4 + 6, 6 + 2, 2 + 7 ja 7 + 5. Näeme, et sobib 7 + 5, mis on külade B ja E vahel.

20. (A) Ruudustikus on 10 valget ruutu ja seega peab neis tükkides kokku olema 10 halli ruutu. Vastusevariantides A, B, C, D ja E antud pusletükkide komplektides on ruute kokku vastavalt 10, 11, 11, 7 ja 9. Seega neist vaid komplekt A saaks sobida. Joonisel on näidatud, et tõesti neid tükke on nii võimalik paigutada.



21. (B) Joonisel on näidatud tubade läbimise skeem. Näeme, et loomapiltidega tubadest jõutakse kõigepealt tuppa, mille seinal on hai, siis tuppa, mille seinal on ninasarvik, ja lõpuks tuppa, mille seinal on känguru.



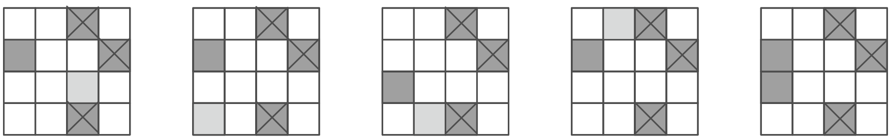
1. korrus 2. korrus

1	6	7
9	5	4
2	8	3

22. (E) Ruudustikus antud arvudest on suurimad 9, 8, 7, 6 ja 5. Märkides need viis suurimat arvu, näeme, et vastusevariandis E antud kujundiga on neid kõiki võimalik katta.

23. (A) Tee A jaotab pargi kaheks osaks – põhjapoolseks ja lõunapoolseks. Kuna ühele poole jääb 7 maja ja teisele poole 5 maja, siis pargis on kokku 7 + 5 = 12 maja. Tee B jaotab ka pargi kaheks osaks – läänepoolseks ja idapoolseks. Ka neis kahes pooles peab kokku olema 12 maja. Kuna teest B on ida pool 8 maja, siis lääne pool on 12 – 8 = 4 maja.

24. (E) Viit antud ruudustikku vaadates näeme, et kolm halli ruutu on neis kõigis samad (joonistel märgitud ristiga). Järelikult olulised on kaks, mis neist kolmest üle jäävad. Vaadates ruudustikke A ja B, siis nende kahe ruudu seas on üks ühine ja üks erinev. Vaadates ruudustikke A ja C, siis näeme, et neil ei ole nende kahe seas ühist halli ruutu. Seega ei saa A ega C olla Mari ruudustikuks. Kuna ka ruudustikel B ja C ning ka ruudustikel C ja D puuduvad nende kahe halli ruudu seas ühised, siis ei saa ka ruudustikud B ja D olla Mari ruudustikuks. Järelikult on Mari oma ruudustik E.

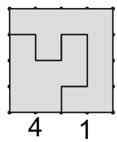


1. (D) Esimesena kustutatud küünal põles kõige lühemat aega ja seega peab olema kõige pikem.Teistest pikem on küünal D.

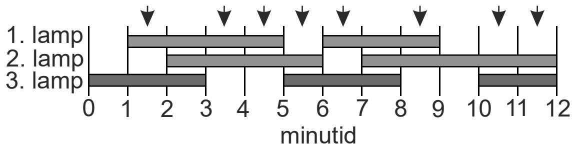
2. (C) Võrduse vasakul pool on teadaolevate arvude summa 20 + 10 + 10 +1 = 41. Et summa kokku oleks 51, tuleb vasakule poole lisada 51 – 41 = 10. Et mõlemale küsimärgile peab vastama sama arv, siis kuna 10 = 5 + 5, tuleb küsimärgi asemele kirjutada arv 5.

3. (B) Kaks auku (hetkel nähtavad arvud 1 ja 5) asuvad teineteise suhtes nii, et nende näitude vahe on alati 4 tundi. Vaadates vastusevariantides antud arvude paare, näeme, et vahe on 4 vaid arvude 5 ja 9 korral. Need kaks arvu on antud vastusevariandis B.

4. (C) Täpilist tausta abiks võttes näeme, et ruut peaks koosnema 16-st väiksest ruudust ning ruudu saamiseks tuleks tükkidele numbritega 1, 2, 3 ja 4 lisada vastavalt tükid, milles ruute on 7, 8, 6 ja 9. Vaid arvude 7 ja 9 summa on 16. Näeme, et tõesti neid kujundeid kokku pannes, tekib ruut.

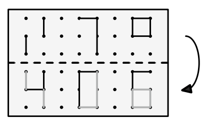


5. (C) Märgime joonisele kõik need vahemikud, kus täpselt kaks lampi põlevad. Loendades vahemikud kokku, saame, et neid on 8.



6. (E) Vastusevariandis E antud pildil hallid osad ei saa paikneda musta ringi ühel poolringil. Selle saavutamiseks tuleks hall poolring lõigata kaheks tükiks, mis aga ei ole lubatud. Teistes variantides antud pilte on võimalik antud tingimustel saada. Pildi A saamiseks tuleb esmalt asetada hall poolring ja valge veerandring halli peale. Pildi B saamiseks tuleb esmalt asetada valge veerandring mustale ja seejärel hall pollring nii, et see osaliselt katab valget veerandringi. Pildi C saamiseks tuleb hall poolring asetada mustale ringile ja siis valge veerandring mustale osale. Pildi D saamiseks tuleb hall poolring asetada mustale ringile ning siis valge veerandring asetada nii, et kataks nii musta kui halli osa.

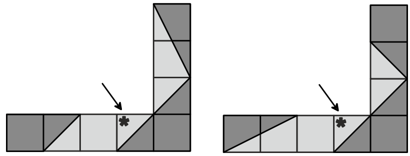
7. (E) Sellise voltimise korral peegeldatakse tegelikult kõiki paberi ülemises osas asuvaid lõike murdejoone suhtes. Tulemusena näeme arvu 406.



8. (C) Välja valida neljast kettast kolm, on sama, mis jätta neljast kettast üks võtmata. Selliseid võimalusi erinevate kolmikute valikuks on täpselt 4. Kui kolm ketast on valitud, siis on antud tingimustel ainult 1 võimalus neist torn moodustada. Seega, Kaur ehitas 4 torni.

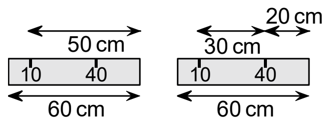
9. (D) Õiget aega saab näidata kell, mille korral leidub kellade seas selline, mis näitab tund aega hilisemat aega ja ka kell, mis näitab tund aega varasemat aega. Paneme tähele, et variantides B, C ja D on kellaajad 2, 4 ja 3. Järelikult on õige, et kell on 3.

10. (A) Paneme tähele, et vastusevariandis C antud tükk saab olla antud kujundi vaid nn nurgatükk ning otstes saavad olla vaid tükid D ja E. Joonise parempoolselt variandilt näeme, et paigutades D horisontaalse rea otsa, ei ole võimalik ülejäänud osa katta. Joonise vasakpoolselt variandilt näeme, et paigutades D vertikaalse rea otsa, on võimalik ka kaks ülejäänud tükki kujundile paigutada. Näeme, et tükk, millele jääb tärn, on antud vastusevariandis A.



11. (A) Et mõlemal kaalukausil oli vihtide summa sama, siis kokku pidi kaaluvihtide summa olema paarisarv. Kuna vihte 5 kg ja 6 kg on juba kasutatud, siis kolme kasutatud vihi summa peab ka olema paaritu. Kasutamata on neli vihti, milledest kaks on paarisravuga ja kaks paaritu arvuga. Et neist kolme summa oleks paaritu, tuleb valida kaks paarisarvulist ja üks paaritu. Kui valida vihid 2 kg, 4 kg ja 1 kg, siis kõik kasutatud kaaluvihid kokku oleks 18 kg ja ühel kaalukausil peaks vihtide summa olema 9 kg. See aga tähendab, et vihi 6 kg juurde peaksime panema vihi 3 kg, mis aga ei ole võimalik. Kui valida vihid 2 kg, 4 kg ja 1 kg, siis kõik kasutatud kaaluvihid kokku oleks 20 kg ja ühel kaalukausil peaks kokku olema 10 kg. Vihi 6 kg juurde saame lisada 4 kg ning vihi 5 kg juurde vihid 2 kg ja 3 kg. Kaalule ei pandud vihti 1 kg.

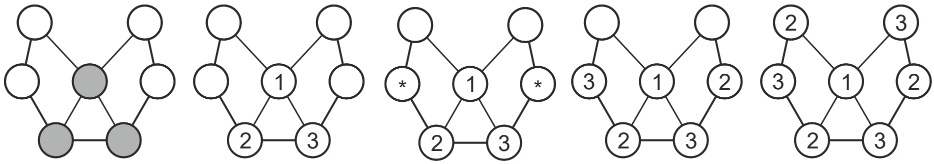
12. (E) Variandis B antud lauajupp ei saa kindlasti olla Mati oma, sest sellega ei saa mõõta lõiku pikkusega 10 cm. Variantides A ja C antud lauajuppidega ei ole võimalik mõõta lõiku pikkusega 20 cm. Variandis D oleva lauajupiga ei saa mõõta lõiku pikkusega 40 cm.Variandis E antud lauajupiga on võimalik kõiki vajalikke pikkusi mõõta.



13. (D) Kuna kaheksas autos on kokku 19 inimest, siis ei saa olla nii, et kõigis on 2 inimest või kõigis on 3 inimest. Seega leidub kindlasti vähemalt üks auto 2 inimesega ja 1 auto 3 inimesega. Vaatame nüüd kuut ülejäänud autot. Neis on kokku 19 – 3 – 2 = 14 inimest. Kui igas oleks 2 inimest, siis peaks autosid olema 7, meil aga on neid vaid 6. Seega kindlasti leidub nende kuue auto seas auto, milles on 3 inimest. Järelikult peab ülejäänud viies autos olema 14 – 3 = 11 inimest. Kuna inimeste arv on paaritu, siis kindlasti leidub nende viie auto seas auto, kus on 3 inimest. Nüüd saame, et ülejäänud neljas autos on 11 – 3 = 8 inimest. See on võimalik vaid siis, kui neis neljas autos on igas 2 inimest. Oleme saanud, et selliseid autosid, kus pidi olema 2 inimest, on kokku 5.

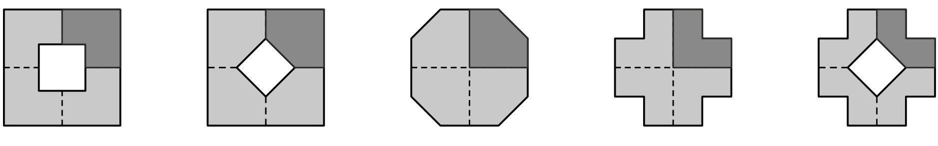
14. (D) Paneme kirja trammi peatused alates esimesest: C, D, E, F, E, D, C, B, A, B, C, D, E, … . Näeme, et alates 11-st peatusest hakkab tsükkel korduma. Saame, et 56. peatus on sama, mis 6. peatus, milleks oli D.

15. (B) Vaadates kolme tumedamaks värvitud ringi, näeme, et need kõik peavad olema erinevat värvi. Seega kindlasti on vaja vähemalt kolme värvi ja olgu nendeks 1, 2 ja 3. Kuna küsitakse vähemalt mitu ehk värvide vähimat võimalikku arvu, siis veel värvimata ringide värvimiseks kasutame võimalusel alati juba ühte kolmest kasutusele võetud värvidest. Vaadates nüüd kahte tärniga tähistatud ringi, näeme, et vasakpoolse saame värvida värviga 3 ja parempoolse värviga 2. Nüüd kahest tähistama ringist vasakpoolse saame värvida värviga 2 ja parempoolse värviga 3. Seega lõpuuuks on vähemalt koplme erinevat värvi ringe.



16. (C) Kui võtta rea vasakpoolsest otsast kolm esimest looma, siis nende seas peab olema üks känguru, st üks kängurutest on kas 1, 2 või 3. Kui võtta rea parempoolsest otsast kolm looma, siis ka nende seas peab olema üks känguru, st teine känguru on kas 6, 7 või 8. Kuna igas kolmikus peab olema üks känguru, siis kahe känguru vahel saab olla järjest vaid kaks kobrast. Arvestades saadud tähelepanekuid, saame, et kängurud peavad olema reas kohtadel 3 ja 6. Järjekorranumber 3 on antud vastusevariandis C.

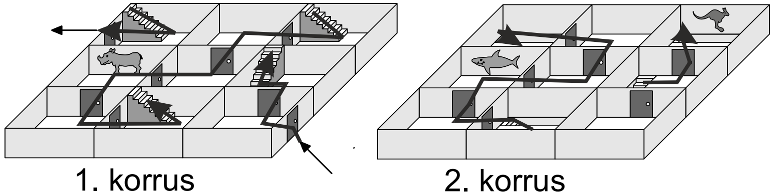
17. (B) Paberi kokkuvoltimist jälgides näeme, et esialgse ruudu ülemine parempoolne veerandruut jääb samale kohale. Järelikult pärast lahtivoltimist peab ülemisest parempoolsest veerandruudust alles olema kujund, mille alumine vasakpoolne nurk on ära lõigatud. Selline pilt on antud variandis B.



18. (B) Kärt saaks olla kas teine või kolmas. Kui Kärt oleks teine, siis on ainus võimalus, et Pärt on esimene, sest kolmas ta ei saa olla, ning Märt on kolmas. Kui Kärt oleks kolmas, siis kuna Märt ei saa olla teine, peab ta olema esimene ja Pärt teine. Seega on vaid kaks erinevat järjestust neil klassi sisenemiseks.

19. (B) Teame, et konnadest esimene krooksus 2 ööl. Kuna teine konn oli teiste konnade krooksumist kuulanud 5 ööl, siis pidi ta ise krooksuma 4 ööl. Järelikult kolmas konn kuulas teiste krooksumist 2 + 4 = 6 ööl.

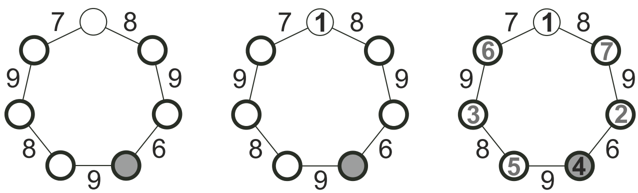
20. (A) Joonisel on antud tubade läbimise skeem, millelt näeme, et loomapiltidega tubadest jõutakse kõigepealt tuppa, mille seinal on känguru, siis tuppa, mille seinal on ninasarvik, ja seejärel tuppa, mille seinal on hai.



21. (B) Katil on 9 palli ja nende seas on musti palle kaks korda rohkem kui valgeid. Seega, kui jaotada Katil olevad pallid kolme võrdsesse ossa, siis kaks osa pallidest on mustad ja üks osa valged. Kuna palle oli 9, siis ühe osa suurus on 3. Järelikult Katil on 3 valget ja 6 musta palli. Kuna kahepeale kokku oli neil 10 musta palli, siis Matil oli musti palle 10 – 6 = 4.

22. (B) Selleks, et mustaga märgitud nurk liiguks vastasnurka on vaja paberit pöörata robotiga P kaks korda. Et tekiks süda on kindlasti vaja kasutada robotit selle trükkimiseks robotit T. Näeme, et lõpuks on süda asendis, kus seda on pööratud üks kord. Seega vaid robotite kasutamine järjestuses PTP annab soovitud tulemuse.

23. (D) Paneme tähele, et arv 1 ei saa olla kirjutatud neisse ringidesse, millest väljuval lõigul on arv 9. Joonisel on kõik sellised ringid märgitud tugevama joonega. Näeme, et arv 1 saab olla vaid ühes ringis. Nüüd saame järjest arvutada järgmistesse ringidesse kirjutatavad arvud. Vastupäeva liikudes kuni tumedamaks värvitud ringini, saame: 7 – 1 = 6, 9 – 6 = 3, 8 – 3 = 5 ja 9 – 5 = 4.



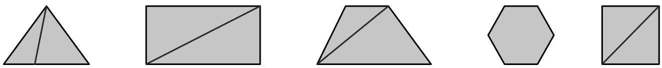
24. (C) Vaatame järjest läbi kõik võimalused alustades vähimast kahekohalisest arvust ja lõpetades suurimaga.
11 – 2 = 9, 11 – 3 = 8, 12 – 1 = 11, 12 – 3 = 9, 13 – 1 = 12, 13 – 2 = 11,
21 – 1 = 20, 21 – 3 = 18, 23 – 1 = 22, 31 – 1 = 30, 31 – 2 = 29, 32 – 1 = 31.
Selgus, et saame moodustada 12 erinevat tehet, aga erinevaid vastuseid on 10.

1. (E) Arvutades saame, et 2 · 44 : 8 = 88 : 8 = 11.

2. (C) Tabeli igas reas on 8 arvu ja seetõttu erinevad kaks teineteise all kõrvuti asetsevat arvu 8 võrra. Kuna kõikides valikvastustes on ülemises lahtris arv 12, siis selle all on tabelis arv 20, mille kõrval on 21 ja selle all omakorda 29. Selline tükk on valikvastuses C.

3. (B) Kui täna on neljapäev, siis neljapäevad on ka seitsmes, neljateistkümnes ja kahekümne esimene päev pärast tänast päeva. Seega kahekümnes päev pärast tänast on kolmapäev.

4. (D) Ühe sirgjoonega ei õnnestu kaheks kolmnurgaks jaotada kuusnurka (vastusevariant D). Teiste kujundite jaotamise võimalused on antud joonistel.

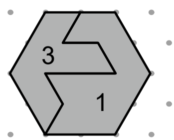


5. (D) Torn on jaotatud 21-ks ühesuguseks kihiks, mille kõrgus võrdub ühe trepiastme kõrgusega. Et näha on 9 astet, siis nähtaval ei ole 21 – 9 = 12 astet.

6. (B) Et välja valida viiest kettast neli, on sama, mis jätta viiest kettast võtmata üks. Selliseid võimalusi erinevate nelikute valikuks on täpselt 5. Kui neli ketast on valitud, siis on antud tingimustel ainult 1 võimalus neist torn moodustada. Seega, Mati moodustas 5 torni.

7. (D) Vaatame, millises järjekorras õnnestuks neid rõngaid ära võtta. Kõige pealmine ja esimesena ära võetav on rõngas P, siis rõngas Q, seejärel rõngas M ja lõpuks rõngas N. Nende peale paneku järjekord on vastupidine: N, M, Q ja P.

8. (A) Õiget valikut lihtsustab punktidega antud taustsüsteem. Kuusnurga ülemise ja alumise külje pikkus on kaks punktide vahet. Seega saab koos olla kas 1 ja 3 või 2 ja 4. Täpsemal vaatlusel näeme, et sobivad ainult 1 ja 3 nagu on näidatud ka joonisel.



9. (A) Paneme tähele, et kaks auku (hetkel nähtavad kellaajad 1 ja 7) asuvad diametraalselt teineteise suhtes, st nende näitude vahe on alati 6 tundi. Nende kahe vahel paiknevast august näeme kellaaega, mis on 2 tundi vähem ühest ja 4 tundi rohkem teisest diametraalsest august nähtavast kellaajast. Selline olukord on näitudega 4, 6 ja 12 vastusevariandis A.

10. (C) Vastusevariandis C antud pildil asuvad halli poolringi osad erinevatel poolringidel. Selle saavutamiseks tuleks hall poolring lõigata kaheks tükiks, mis aga ei ole lubatud. Teistes vastustes antud pilte on võimalik antud tingimustel saada.

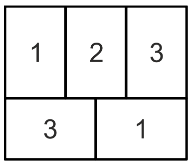
11. (D) Vastusevariantides antud arvudest on suurim 800, kuid selle moodustamiseks läheks vaja $7 + 6 + 6 = 19$ tikku. Suuruselt järgmine arv vastustes on 711, mille saab moodustada täpselt $3 + 2 + 2 = 7$ tikuga. Arv 711 ongi kõige suurem kõikidest arvudest, mida saab üldse moodustada 7 tikuga.

12. (C) Kuna kahe esimese järjestikuse kahekohalise arvu korral on nende kümneliste numbrid erinevad, siis siit järeldub, et ⬡ = 9, △ = 0 ja □ = 1. Seega on esimene selle rea arv 19 ja teine arv 20, st ♡ = 2. Rea kolmas arv on 21 ja neljas 22, ehk sümbolite keeles on see ♡♡.

13. (C) Väikseima ruudu külje pikkus on 80 cm : 4 = 20 cm. Joonise põhjal saame, et keskmise ruudu külje pikkus on $2 \cdot 20$ cm = 40 cm ja suurema ruudu külje pikkus on $3 \cdot 20$ cm = 60 cm. Sipelga teekonnal on 5 väikseima ruudu külge, 5 keskmise ruudu külge ja 2 suurema ruudu külge. Seega, teekonna pikkus on $5 \cdot 20$ cm + $5 \cdot 40$ cm + $2 \cdot 60$ cm = 420 cm.

14. (D) Kui esialgset pilti pöörata ümber selle pildi parempoolse külje 180 kraadi võrra, siis näeksimegi samasugust pilti, mis paistaks peeglist. Seejuures jääb number 1 ikka number üheks, aga number 2 paistaks number viiena ja number 5 kahena. Seega on joonisel olev näit 21:51. Poole tunni (30 minuti) pärast on kell 22:21, mida näeksime peeglist nii nagu vastusevariandis D on näidatud.

15. (E) Peetri ja Arvedi väited on vastuolulised ja ei saa olla korraga ei tõesed ega valed. Seega, üks neist rääkis kindlasti tõtt ja ta pidi olema ainus tõerääkija, millest tuleneb, et valetama pidid nii Virve kui ka Elo. Järelikult oli kommide sööjaks Elo.



16. (D) Värvimist võime alustada ükskõik millisest ristkülikust. Ülemise vasakpoolse ristküliku värvimiseks on meil kolm võimalust. Valinud selle ühe värvi kolmest antud värvist, on ülemise keskmise ristküliku värvimiseks ühega kahest ülejäänud värvist 2 võimalust. Kui valida siia näiteks mingi neist kahest värvist, siis ülejäänud kolme ristküliku värvid on nende valikutega üheselt määratud: alumine vasakpoolne tuleb kolmandat värvi, alumine parempoolne esimest värvi ja ülemine parempoolne kolmandat värvi. Seega on erinevaid värvimise võimalusi kokku $3 \cdot 2 = 6$.

17. (B) Paneme tähele, et hallil tahul asuv känguru ja üks valgel tahul asuv kängurutest on kokkupandud kuubil vastastahkudel, mis välistab vastuse A. Kaks valgetel tahkudel asuvat känguru on kokkupandud kuubil kõrvuti tahkudel ja nende asendid on teineteise suhtes risti, mis välistab vastuse D. Kõrvuti asuvatel hallil ja valgel tahul on kängurud kokkupandud kuubil aga vastupidises asendis nagu vastuses B aga ei ole nii nagu vastustes C ja E.

18. (E) Hüpperajal on 22 ringikest. Tähistame need ringikesed alates stardist kella liikumise suunas arvudega 1 kuni 22. Finišit märgib sel juhul arv 12. Ühe hüppe kaupa hüpates jõuab kobras finišisse 11 sekundiga. Üle ühe ringi hüpates jõuab jänes ainult paaritute arvudega tähistatud ringidele ega jõua kunagi finišisse. Känguru läbib ühe hüppega 3 ringikeste vahet ja läbib 11 sekundiga $3 \cdot 11 = 33$ vahet. Seega teeb känguru 11 sekundiga ühe terve ringi ja stardist veel 11 vahet edasi ning jõuab kopraga samal ajal finišisse.

19. (A) Hallides ruutudes asuvate arvude summa on $1 + 2 + 7 + 4 + 6 = 20$ ja valgetes ruutudes asuvate arvude summa on $3 + 5 + 13 + 8 + 11 = 40$, mis erineb eelnevast summast 20 võrra. Et summad saaksid võrdsed, tuleks ühest ära võtta 10 ja see lisada teisele, st tuleks ära vahetada kaks sellist arvu, mille vahe on 10. Sellise ainsad sobivad arvud on 1 ja 11.

20. (A) *Klassikaline lahendus*: Võrdustest $3 \cdot x = 12$ ja $4 \cdot y = 12$ saame, et $x = 4$ ja $y = 3$. Arvutades valikvastustes antud avaldiste väärtused, saame kohe variandist A õige vastuse 12 (teised vastused on vastavalt 13, 14, 11 ja 10).

Kiirlahendus: Vaadates tähelepanelikult vastusevariandis A antud avaldist, näeme, et $6 \cdot x - 4 \cdot y = 2 \cdot (3 \cdot x) - 4 \cdot y = 2 \cdot 12 - 12 = 12$. Usaldades võistluse reegleid, oleme saanudki õige vastuse ja rohkem arvutama ei pea.

21. (E) Keskmise rea mõlemas kastis on alumise rea keskmise kasti esemed ja ühes neist lisaks alumisest reast ring ning teises ring ja ruut. Seega, kõige ülemisse kasti satuvad alumisest reast joonisel nähtavad kaks ringi ja üks ruut ning alumise rea keskmise kasti esemed kahekordselt ning ainult need. Kui nüüd ülemise kasti esemete seast kaks ringi ja üks ruut maha arvata, jääb järgi kaks ringi ja kaks kolmnurka. Järelikult on alumise rea keskmises kastis ring ja kolmnurk.

22. (C) Paneme tähele, et ülemine vasakult paremale kirjutatud sõna ja vasakpoolne ülevalt alla kirjutatud sõna algavad ühe ja sama tähega. Sellisteks sobivad paarid KKG ja KGK ning RGK ja RGG. Esimese paari korral peavad leiduma sõnad, mille keskmine täht ühel on G ja teisel K. Kuid keskmine täht K on ainult sõnal KKG, mis on juba kasutatud. Teise paari korral on ristsõna koostamine võimalik kahel viisil, kus ei kasutata sõna GRK. Joonisel on näidatud üks võimalustest. Teise saame, kui vahetame sõnade RGK ja RGG asukohad.

			K
	R	G	K
	G		G
K	G	K	

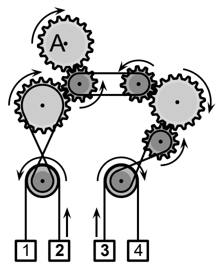
23. (C) Kuna arvude 24, 30 ja 66 suurim ühine tegur on 6, siis suurim võimalik postide vahe on 6 meetrit, et säiliksid esialgsed 4 posti. Et postide vahemaa on 24 m + 30 m + 66 m = 120 m, siis läheb üldse vaja 120 : 6 + 1 = 21 posti. Vähim lisatavate postide arv on järelikult 21 – 4 = 17.

24. (B) Paberilehe nurgas asuva musta ruudukese lõppasendi saamiseks tuleb teha kolm 90 kraadist pööret kellaosuti liikumise suunas, kusjuures kaks neist pööretest tuleks teha pärast templi löömist. Seega on robotite kasutamise järjekord PTPP.

25. (E) Uues tornis on paarisarvuga *n* klotsi all alati klots arvuga *n* – 1 ning paarisarvuga *n* klotsi peal klots arvuga *n* – 3. Vastuses E on antud ainuke sellistele tingimustele vastav arvupaar 27 ja 30.

26. (B) Väikseim võimalik summa on 1 + 2 + 3 = 6. Pöörates ühte kaarti, suureneb summa täpselt 3 võrra. Erinevate summade saamiseks saab pööramist teha vaid kolm korda. Seega on võimalik saada 4 erinevat summat.

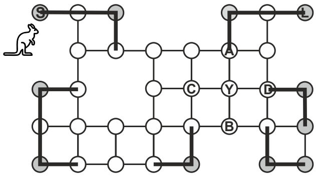
27. (B) Kui hammasratas A hakkab pöörlema kellaosuti liikumise suunas (vt joonist), paneb ta vasakpoolsetest hammasratastest ülemise liikuma vastu kellaosuti liikumise suunda ja alumise kellaosuti liikumise suunas, mis omakorda paneb klotsidega ploki liikuma vastu kellaosuti liikumise suunda ja kergitab klotsi numbriga 2. Parempoolsetest hammasratastest hakkab ülemine hammasratas liikuma vastu kellaosuti suunda, teine ratas kellaosuti liikumise suunas, kolmas taas vastu kellaosuti liikumise suunda ja paneb ploki liikuma kellaosuti liikumise suunas ning kergitab klotsi numbriga 3.

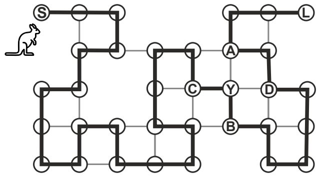


28. (B) Kati võidab kindlasti juhul, kui pärast tema viimast käiku jääb järgi ainult 1 komm. See on võimalik, kui pärast Kati eelviimast käiku on kausis 8 kommi. Kui Mati võtab neist kaheksast *n* kommi, siis Kati peab võtma 7 – *n* kommi ja Matile jääbki võtta viimane komm ning Kati on mängu võitnud. Seega, kausis olevast 10 kommist võtab Kati ära 2 ja jätab sinna 8 kommi ning ongi kindlustanud endale võidu.

29. (D) Valge kolmnurga pindala moodustab poole ristküliku pindalast ehk 100 cm^2, sest valge kolmnurga aluse ja ristküliku ühe külje pikkused on võrdsed ning kolmnurga kõrguse pikkus võrdub ristküliku teise külje pikkusega. Sama suur on ka värvitud kolmnurkade pindalade summa. Leiame nüüd musta kolmnurga pindala: 100 cm^2 – 50 cm^2 – 30 cm^2 = 20 cm^2.

30. (B) Vaatame esmalt ringe, mis on ühenduses ainult ühe või kahe ringiga. Need on värvitud vasakpoolsel joonisel halliks. Selliste ringide läbimiseks on ainult üks võimalus ja need osad teekonnast on sellel joonisel märgitud tugevama joonega. Edasi otsime neid ringe, millel on vabaks jäänud 2 ühendusteed teiste ringidega (nagu näiteks teise rea esimene ja viimane ring) ning ühendame need sobivalt teiste ringidega. Kui see tehtud, on suur osa känguru teekonnast joonisel märgitud. Puuduva osa leidmine ei ole nüüd enam ületamatult raske. Parempoolsel joonisel on kujutatud känguru kogu teekond. Näeme, et ringist Y liikus ta ringi B.





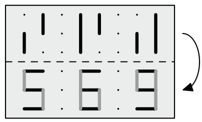
1. (E) Väljalõigatud tükil on kolm võrdsete vahedega horisontaalset lõiku ja kolm vertikaalset lõiku, kusjuures keskmine lõik on parempoolsemale lõigule lähemal kui vasakpoolsemale lõigule. Selline tükk on antud vastuses E.

2. (C) Viie täringu veeretamisel saadud silmade vähim võimalik summa on 5. Tiit sai 19 – 5 = 14 silma rohkem. Seega võis ainult kahel täringul olla 6 silma.

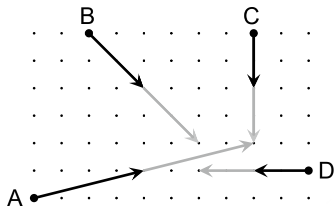
3. (A) Kui pöörata aukudega ketast kolme tunni võrra kellaosuti liikumise suunas, siis on aukudest näha 8 ja 4. Kui aga pöörata samas suunas 7 tunni võrra, siis on näha arvud 8 ja 12. Vastuses A ongi antud õiged arvud 4 ja 12.

4. (B) Paneme tähele, et nelinurga tippudesse kirjutatud nelja arvu summa on võrdne selle nelinurga vastaskülgede paarile kirjutatud arvude summaga. Kui x tähistab neljandale küljele kirjutatud arvu, siis $8 + 13 = 9 + x$, millest $x = 12$.

5. (D) Ruudustikus mõõtmetega 4 × 6 on 24 ruutu ja sellist ruudustikku ei saa lõigata ainult vastuses D antud viiest ruudust koosnevateks tükkideks. Ülejäänud vastustes antud kujuga tükkideks on tükeldamine võimalik.



6. (C) Sellise voltimise korral peegeldatakse tegelikult kõiki paberi ülemises osas asuvaid lõike murdejoone suhtes. Tulemusena näeme arvu 569.



7. (B) Tuleb ümber pöörata 10% laual olevast 150 mündist ehk 15 münti.

8. (B) Lisame joonisele nooled, mis näitavad autode liikumist järgmise 5 minuti jooksul. Näeme, et kokku põrkaksid autod A ja C.

9. (D) Võimalusi valida viie ketta seast kolm on sama palju kui on võimalusi kahe ketta eraldamiseks viiest kettast. Olgu kettad tähistatud tähtedega A, B, C, D ja E. Äravõetavate ketaste paare on kokku kümme: (A, B), (A, C), (A, D), (A, E), (B, C), (B, D), (B, E), (C, D), (C, E) ja (D, E). Kui on saadud 3 ketast, siis on ainult üks võimalus neid suuruse järgi torniks laduda. Seega sai Mati moodustada 10 erinevat torni.

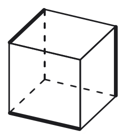
10. (E) Tabelisse kirjutatavate arvude summa on $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$. Seega on igas reas olevate arvude summa $36 : 2 = 18$ ja igas veerus olevate arvude summa $36 : 4 = 9$. Sellest teadmisest piisab, et täita tabel arvudega nagu joonisel näidatud. Küsimärgi kohale tuleb kirjutada 7.

6	4	1	7
3	5	8	2

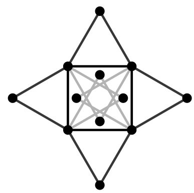
11. (E) Sellest, et kahel esimesel järjestikusel täisarvul on sajaliste numbrid erinevad, järeldub, et üheliste kohal asuvatest sümbolitest on ⬡ = 9, △ = 0 ja □ = 1. Seega on kolm esimest arvu 199, 200 ja 201 ning ♡ = 2 ja neljas arv 202 sümbolite keeles oleks ♡△♡.

12. (C) Olgu poolringide raadius r. Kuna ühele ja samale lõigule toetuvad ülalt poolt kolm poolringi ja kaks lõigukest ning altpoolt kaks poolringi ja kolm lõigukest, saame võrduse $6r + 12 + 12 = 4r + 22 + 16 + 22$, millest $2r = 36$ ja $r = 18$.

13. (C) Ühe tikuga ei ole ühtki numbrit. Kahe tikuga moodustatakse number 1, kolme tikuga number 7, nelja tikuga number 4, viie tikuga numbrid 2, 3 ja 5 ning kuue tikuga numbrid 0, 6 ja 9. Number 8 saamiseks on vaja juba 7 tikku. Kuna $6 = 2 + 2 + 2 = 4 + 2 = 2 + 4 = 3 + 3$, siis positiivsed ja kuue tikuga moodustatud arvud on 6, 9, 111, 41, 14 ja 77, mida on kokku 6.



14. (B) Kuubi iga serv on ühiseks servaks täpselt kahele naabertahule. Et selliseid erinevaid tahkude paare on kuubil 3, siis ei piisa ilmselt ei ühe ega kahe serva värvimisest. Kui värvida, näiteks, kuubi need 3 serva, mis on joonisel tõmmatud tugevama joonega, on kuubi igal tahul üks värvitud serv.



15. (E) Selliseid punkte on kokku 12 (vt joonist). Need on ruudu külgedele ehitatud kõikvõimalike võrdkülgsete kolmnurkade tipud.

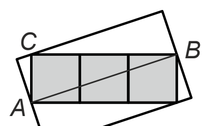
16. (D) Leiame esmalt võrdhaarse kolmnurga ABC alusnurkade suurused $\angle ABC = \angle BAC = (180° - 40°) : 2 = 70°$.

Kuna $\angle FAD = \angle FBA$, siis kolmnurgas FAB on

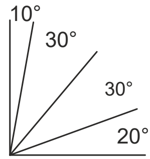
$\angle AFB = 180° - (\angle FBA + \angle FAB) = 180° - (\angle FAD + \angle FAB) = 180° - 70° = 110°$.

Seega $\angle EFB = 180° - \angle AFB = 180° - 110° = 70°$.

17. (D) Märklaual on 3 erinevalt punkte andvat piirkonda. Paneme tähele, et Pärt tabas iga piirkonda täpselt 2 korda. Kärt ja Märt aga tabasid iga piirkonda kokku täpselt 4 korda. Seega said Kärt ja Märt kokku täpselt 2 korda rohkem punkte kui sai Pärt. Järelikult sai Pärt punkte $(46 + 34) : 2 = 40$.



18. (D) Ühendame valge ristküliku lühemate külgede keskpunktid A ja B lõiguga (vt joonist). Tõmmatud lõik AB jaotab nii valge ristküliku kui ka tumeda ristküliku kaheks võrdseks osaks. Kolmnurk ABC moodustab poole tumedast ristkülikust ja selle kolmnurga ABC pindala moodustab omakorda poole valge ristküliku poolest pindalast. Seega on valge ristküliku pindala 2 korda suurem tumeda ristküliku pindalast. Et kolme tumeda ruudu pindalad kokku on $3 \cdot 25\ cm^2 = 75\ cm^2$, siis valge ristküliku pindala on $2 \cdot 75\ cm^2 = 150\ cm^2$.

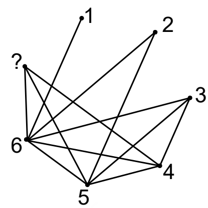


19. (B) Ühe kiire korral saaksime ainult 2 nurka suurustega $n°$ ja $90° – n°$, kahe kiire korral mitte rohkem kui 5 erinevat nurka. Kolme kiire korral on võimalik saada kõik nõutud suurusega nurgad, kui valida kiirte vaheliste nurkade suurused nii nagu on näidatud joonisel.

20. (A) Järjestikuste arvude 1 kuni 2023 summa on liiga suur, seega peavad osad liidetavad olema negatiivsed täisarvud. Järjestikuste täisarvude summa alates arvust $–N$ kuni N on alati null. Et liidetavaid peaks olema 2023, vaatame arve alates arvust –1011 kuni 1011. Nende summa on null. Kui aga lisada neile arvud 1011 ja 1012, saamegi 2023 järjestikust täisarvu, mille summa on $1011 + 1012 = 2023$. Suurim arv nende seas on 1012 ja selle arvu numbrite summa on $1 + 0 + 1 + 2 = 4$.

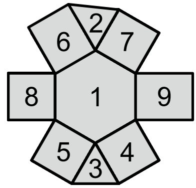
21. (E) Tavalise kella numbrilaud on jaotatud 12 tunniks. Volli kella numbrilaud on jaotatud 10 kundiks ja see mõõdab poolt ööpäeva ehk 12 tundi. Seega on 1 kund = 12 : 10 tundi = 1,2 tundi. Volli kella kinutiosuti teeb täispöörde $10 \cdot 10 = 100$ kinuti ehk 1 kundi jooksul. Seega on 8 kundi ja 25 kinutit võrdne 8,25 kundiga, mis tundides on $8{,}25 \cdot 1{,}2 = 9{,}9$ ehk 9 tundi ja 54 minutit.

22. (C) Olgu võrdhaarse kolmnurga külje pikkus x cm. Ajad, mis kulusid sipelgal erinevatel külgedel kõndimiseks olid siis vastavalt $x : 5$ min, $x : 15$ min ja x : 20 min. Kokku kulus sipelgal $3x$ cm pikkuse tee läbimiseks $\frac{x}{5} + \frac{x}{15} + \frac{x}{20} = \frac{19x}{60}$ minutit. Seega oli sipelga keskmine liikumiskiirus ühe tiiru tegemisel $\frac{3x}{\frac{19x}{60}} = \frac{180}{19}$ cm/min.



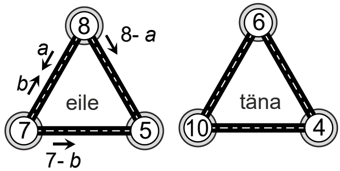
23. (C) Kui seitsmest mängijast igaüks kohtus iga ülejäänud mängijaga ühe korra, siis pidas iga mängija turniiri jooksul täpselt 6 mängu. Kuna mängija F pidas juba esimesel päeval 6 mängu, siis kohtus ta sel päeval kõigi ülejäänud mängijatega ning sealhulgas kindlasti ka mängijaga G. Mängija E kohtus esimesel päeval peale mängija F (nagu eespool nägime) veel nelja mängijaga. See ei saanud olla eespool öeldu põhjal mängija A, seega olid need B, C, D ja G. Mängijal D on esimesest päevast juba kirjas kohtumised mängijatega F ja E. Kuna mängijatel A ja B on juba esimese päeva mängud mängitud, mängis mängija D veel mängud mängijatega C ja G. Sellega olid esimese päeva mängud mängitud ja mängija G mängis sel päeval 3 mängu. Esimesel päeval mängitud mänge kirjeldab ka joonisel olev skeem.

24. (E) Kuna arvude 8 ja 9 korrutis arvust 1 suurema täisarvuga on suurem kui 15, saab arvude 8 ja 9 ainukeseks naabriks olla vaid arv 1. Seega tuleb 8 ja 9 paigutada piirkondadesse, millel on vaid üks naaber ja see oleks 1 (vt joonist). Arvude 8 ja 9 paigutamiseks selliselt on 2 erinevat võimalust. Ükski arvust 2 suurem arv ei saaks olla arvude 6 ja 7 naabriks. Seega on arvude 6 ja 7 ühiseks naabriks 2 ning arvude 6 ja 7 paigutamiseks on 4 erinevat võimalust. Arvude 4 ja 5 ühiseks naabriks sobib ülejäänud arv 3 ning arvude 4 ja 5 paigutamiseks on nüüd jäänud 2 erinevat võimalust. Seega on arvude paigutamiseks kokku $2 \cdot 4 \cdot 2 = 16$ erinevat võimalust.



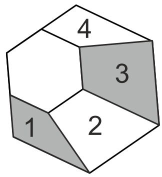
25. (D) Kui oletada, et Mati ees seisis n inimest, siis tema taga seisis samuti n inimest ning järjekorras kokku oli $2n + 1$ inimest. Et sõbrad seisavad Matist tagapool kohtadel 19 ja 28, siis $n + 1 < 19$ ja $2n + 1 > 28$. Sellisteks arvudeks n sobivad ainult 14, 15, 16 ja 17. Kuna aga $2n + 1$ peab jaguma arvuga 3, siis sobib ainsana arv $n = 16$ ning seega oli Mati järjekorras 17-s .

26. (B) Oletame, et mööda noolega näidatud lõiku liikus ülemisest pesast vasakpoolsesse alumisse pessa a hiirt ja vastupidi liikus b hiirt (vt joonist). Meid huvitav hiirte arv on $a + b$. Sellisel juhul liikus ülemisest peast alumisse parempoolsesse pessa $8 - a$ hiirt ja alumisest vasakpoolsest pesast parempoolsesse pessa $7 - b$ hiirt. Nagu jooniselt näha, sai alumisse parempoolsesse pessa kokku 4 hiirt. Seega $(8 - a) + (7 - b) = 4$, millest saame, et $a + b = 11$.



27. (E) Kui võtta ülesandes antud summas iga liidetavat kaks korda, siis saaksime summaks $2 \cdot 1015 = 2030$, mis on 7 võrra suurem summast 2023. Seega, nõutud summa on $777 + 777 + 77 + 77 + 77 + 77 + 77 + 77 + 7 = 2023$, milles on 6 liidetavat 77.

28. (A) Korrapärase kuusnurga küljed on võrdse pikkusega, selle sisenurgad on võrdse suurusega ning vastasküljed on paralleelsed. Sellest kõigest saame järeldada, et joonisel vasakul pool asuv tumedaks värvitud nelinurk 1 on võrdne ülemise värvimata nelinurgaga 4 ja kaks ülejäänut kõrvuti seisvat nelinurka 2 ja 3 on samuti võrdsed. Seega on kahe värvimata nelinurga pindalade summa võrdne kahe värvitud nelinurga pindalade summaga. Olgu suure kuusnurga pindala S ja väikese kuusnurga pindala V. Värvitud nelinurkade pindalade summa on siis $(S - V) : 2$ ning $[(S - V) : 2] : V = \frac{4}{3}$, millest saame, et $V : S = \frac{3}{11}$.



29. (A) Kuna kuus arvu on järjestikused täisarvud, siis on võimalik, et need arvud on kas 3 kuni 8, 4 kuni 9, 5 kuni 10 või 6 kuni 11. Arvude 3 kuni 8 seast valitud kolme arvu suurim summa on 21 ja ei saa olla 23. Arvude 5 kuni 10 ja 6 kuni 11 seast aga ei saa valida kolme arvu, mille summa oleks 17. Seega jääb järele arvukuuik alates arvust 4 kuni 9 ja valgeks jäänud kleepsudele kirjutatud kolme arvu summa on $4 + 5 + 9 = 18$.

30. (C) Seitsmenda, kaheksanda ja üheksanda mängu punktide keskmine ühe mängu kohta oli $(24 + 17 + 25) : 3 = 66 : 3 = 22$. Kui 9. mängu lõppedes oli keskmine punktide arv ühe mängu kohta suurem, kui 6. mängu lõppedes, pidi kuue mängu keskmine olema väiksem kui 22. Kuue esimese mänguga võis võistkond seega koguda mitte rohkem kui $6 \cdot 22 - 1 = 131$ punkti. Pärast kümmet mängu, pidi keskmine aga olema suurem kui 22. Järelikult pidi võistkond kümne mänguga kokku koguma mitte vähem kui $10 \cdot 22 + 1 = 221$ punkti. Vähim punktide arv, mille võistkond võis saada 10. mängus on järelikult $221 - 131 - 66 = 24$.

1. (A) Kui pöörata aukudega ketast viie tunni võrra kellaosuti liikumise suunas, siis on aukudest näha 10 ja 6. Kui aga pöörata vastassuunas 3 tunni võrra, siis on näha arvud 10 ja 2. Vastuses A ongi antud õiged arvud 2 ja 6.

2. (D) Maria liikumiskiirus joostes oli ilmselt väiksem, kui rongi suurim kiirus ning kõndides oli kiirus kõige väiksem. Kiirus oli nullilähedane kodust teekonda alustades, rongijaamas rongi oodates, kahes rongipeatuses ning kooli jõudes. Kõige täpsemalt kujutab sellist teekonda graafik valikvastuses D.

3. (D) Kui arvud m ja n on mõlemad paaritud arvud, siis $m + 1$, $n + 1$ ja $n + m$ ning ka $n + m + 2$ on kõik paarisarvud. Et korrutis on paarisarv, kui vähemalt üks tegureist on paarisarv, on ainus paaritu arv valikvastuste seas seega $m \cdot n + 2$.

4. (D) Ruutude sümmeetrilise asendi tõttu jääb kahe ruudu vahelisse piirkonda 4 ühesuurust nelinurka, millest 2 on värvitud tumedaks. Seega on suure ruudu tumedaks värvitud osa pindala $(10 \cdot 10 - 4 \cdot 4) : 2 = 42$ ruutsentimeetrit, mis moodustab $(42 : 100) \cdot 100\% = 42\%$ suure ruudu pindalast.

5. (C) Kui täna on neljapäev, siis on iga seitsmes päev pärast tänast päeva taas neljapäev. Kuna $2023 = 7 \cdot 289$, siis on ka 2023-s päev pärast tänast neljapäev.

6. (D) Tumedaks värvitud kujundit piirab 30 väikese ruudu külge. Seega on väikese ruudu külje pikkus 240 cm : 30 = 8 cm. Suure ristküliku pindala on siis $30 \cdot 8$ cm $\cdot$ 8 cm = 1920 cm^2.

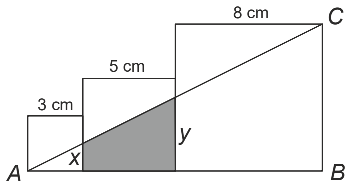
7. (D) Paneme tähele, et 7 aastat tagasi ei olnud pere noorimat liiget veel sündinud. Pere nelja vanema liikme vanuste summa on praegu $80 - 6 = 74$ aastat ja 7 aastat tagasi oli nende vanuste summa $74 - 4 \cdot 7 = 74 - 28 = 46$ aastat.

8. (B) Kui aias on n vertikaalset latti, siis horisontaalseid latte on $4(n - 1)$ ning latte kokku on selles aias $n + 4(n - 1) = 5n - 4$. Et aga $5n - 4 = 5(n - 1) +1$, siis see lattide koguarv peab olema ühe võrra suurem mingist arvuga 5 jaguvast arvust. Valikvastuste seas on ainsaks selliseks arvuks 96.

9. (E) Võrdusest $a : 5 = 7 : b$ järeldub, et $a \cdot b = 35$. Arvu 35 esitusi kahe positiivse täisarvu korrutisena on täpselt 4, sest $35 = 1 \cdot 35 = 35 \cdot 1 = 5 \cdot 7 = 7 \cdot 5$. Seega, ka küsitud erinevate paaride $(a ; b)$ arv on 4.

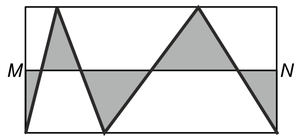
10. (D) Kui seni mängitud 200 malepartiist on Mati võitnud 49%, siis on ta võitnud 98 partiid ja kaotanud 102 partiid. Et võite ja kaotusi oleks võrdselt, peaks Mati lisaks mängima vähemalt $102 - 98 = 4$ partiid. (Juhul, kui ta need kõik ka võidab, siis 4-st partiist piisab.)

11. (E) Pärast kokkuhoiurežiimi rakendamist kasutas Mati $\frac{3}{4}$ endisest veekogusest ja oli duši all $\frac{3}{4}$ osa endisest ajast. Seega kasutas Mati nüüd $\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}=\frac{9}{16}$ osa endisest veekogusest. Vee kokkuhoid moodustas järelikult $1-\frac{9}{16}=\frac{7}{16}$ osa endisest veekogusest.



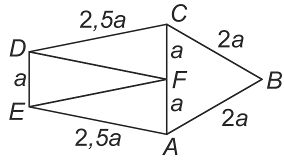
12. (B) Tumedaks värvitud täisnurkne trapets moodustab keskmise osa täisnurksest kolmnurgast *ABC*. Olgu selle trapetsi aluste pikkused *x* cm ja *y* cm (vt joonist). Trapetsi alused jaotavad kolmnurga *ABC* kolmeks sarnaseks kolmnurgaks. Kolmnurkade sarnasuse tõttu saame, et $\frac{x}{3}=\frac{y}{3+5}=\frac{8}{3+5+8}$, millest järeldub, et $x=\frac{3}{2}$cm ja $y=4$cm. Seega on tumeda trapetsi pindala $\left(\frac{3}{2}+4\right)\cdot\frac{1}{2}\cdot 5=\frac{55}{4}$ ruutsentimeetrit.

13. (C) Olgu kolmanda osa pikkus *p* meetrit. Kui see osa oli teisest osast 50% pikem, siis teise osa pikkus oli $\frac{2}{3}p$ meetrit. Esimese osa pikkus oli 50% võrra lühem teisest osast, seega oli esimese osa pikkus $\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}p=\frac{4}{9}p$ meetrit. Kogu nööri pikkus oli siis $\frac{4}{9}p+\frac{2}{3}p+p=95$, millest saame, et $\frac{19}{9}p=95$ ning, seega, kolmanda osa pikkus *p* = 45 meetrit.



14. (C) Joonisel tugevamalt märgitud murdjoon jaotab ristküliku 5 kolmnurgaks nii, et igas kolmnurgas on tumedaks värvitud ühest tipust kolmnurga kesklõiguni ulatuv kolmnurk. Vaatleme ühte kolmnurrrka. Tumeda kolmnurga alus on pool vaadeldava kolmnurga alusest ja ka kõrgus on poole lühem vaadeldava kolmnurga vastavast kõrgusest. Seega moodustab tumedaks värvitud kolmnurga pindala $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ osa vaadeldava kolmnurga pindalast. Et see on nii iga viie kolmnurga korral, moodustab ka kogu tumedaks värvitud ristküliku osa $\frac{1}{4}$ kogu ristkülikust.

15. (D) Tähistagu 2a võrdkülgse kolmnurga ABC külje pikkust (vt joonist). Võrdhaarsete kolmnurkade EAF, EFD ja DFC võrdsusest järeldub, et $|CF| = |FA| = |DE| = 2a : 2 = a$. Olgu võrdhaarsete kolmnurkade haara pikkus b. Nelja kolmnurga ümbermõõtude võrdsusest saame, et $2b + a = 6a$, millest järeldub, et $b = 2{,}5a$. Seega on viisnurga ümbermõõt 10a ja selle viisnurga ning kolmnurga ABC ümbermõõtude suhe on $10a : 6a = 5 : 3$.



16. (E) Paneme tähele, et iga käiguga võetavas klotside kolmikus on ülemisel klotsil alati arvuga 3 jaguv arv ja selle all klotsid arvudega, mis on sellest 3-ga jaguvast ülemisest arvust vastavalt 1 ja 2 võrra väiksemad. Kuna arv 39 jagub arvuga 3, on see ühe klotside kolmiku ülemise klotsi arv ja selle all on klotsid arvudega 38 ja 37. Klotside kolmikute ülemistel klotsidel asuvad ja 3-ga jaguvad arvud asuvad uues tornis alt üles vaadates kahanevas järjekorras. Seega on arvuga 37 klotsi all klots arvuga $39 + 3 = 42$ ja selle all klotsid arvudega 41 ja 40 ning arvudega 39 ja 40 klotside vahel jääb 4 klotsi arvudega 38, 37, 42 ja 41.

17. (D) Trepil on 2023 astet ja iga kolmas neist on musta värvi. Et $2023 = 3 \cdot 674 + 1$, siis on sellel trepil 674 musta astet. Anni astub astmetele vaheldumisi kummagi jalaga. Seega astub ta mustadele astmetele vaheldumisi kord vasaku ja siis parema jalaga, sõltumata sellest kumma jalaga ta esimesele astmele astus. Kummagi jalaga peab Anni mustadele astmetele astuma kokku $674 : 2 = 337$ korda.

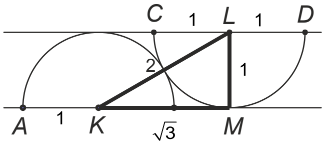
18. (D) *Astmetu* arvu numbriteks võivad olla vaid numbrid 2, 3, 5, 6 ja 7, sest $0 = 0^n$ ja $1 = 1^n$ mistahes naturaalarvu $n > 1$ korral ning $4 = 2^2$, $8 = 2^3$ ja $9 = 3^2$. Vähim kahekohaline *astmetu* arv on seega 22 ja suurim on 77. Nende suurim ühine tegur on 11, sest $22 = 2 \cdot 11$ ja $77 = 7 \cdot 11$.

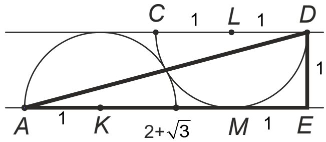
19. (B) Ühe ruudukese küljepikkus on 30 cm : 3 = 10 cm. Kuna $3^2 + 4^2 = 5^2$, siis kahe halli ringi pindalade summa $3^2\pi + 4^2\pi$ on võrdne valge ringi pindalaga $5^2\pi$. Seega on pildil halliks värvitud osade kogupindala võrdne viie halli ruudukese pindalaga $5 \cdot (10\ \text{cm})^2 = 500\ \text{cm}^2$.

20. (C) Viie vähima algarvu summa on $2 + 3 + 5 + 7 + 11 = 28$. Et viie arvu aritmeetiline keskmine oleks täisarv, peab nende viie arvu summa jaguma arvuga 5. Paraku 28 ei jagu arvuga 5. Kui aga asendada algarv 11 järgmise algarvuga 13, saame summaks 30 ja aritmeetiline keskmine oleks $30 : 5 = 6$, mis on viie algarvu keskmistest vähim võimalik.

21. (E) Ühendame mõlema poolringi keskpunktid lõiguga KL ja tõmbame keskpunktist L ristlõigu LM diameetri AB pikendusele (vt vasakpoolset joonist). Kuna lõik KL läbib poolringide puutepunkti, siis on täisnurkse kolmnurga KLM hüpotenuusi pikkus 2 ja kaateti LM pikkus 1. Pythagorase teoreemi põhjal leiame, et $|KM| = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$. Tõmbame nüüd punktist D ristlõigu DE

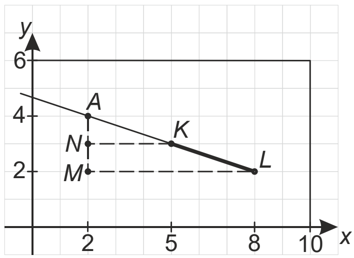
diameetri *AB* pikendusele (vt parempoolset joonist). Tekkinud täisnurkse kolmnurga *AED* kaatetite pikkused on 1 ja $2 + \sqrt{3}$. Kasutades Pythagorase teoreemi, leiame, et $|AD|^2 = 1^2 + \left(2 + \sqrt{3}\right)^2 = 8 + 4\sqrt{3}$.





22. (C) Jätkame antud arvude jada vastavalt reeglitele ja saame 2, 0, 2, 3, 1, 4, 0, 2, 3, 1, 4, 0, 2, 3, 1, 4, 0, 2, 3, … Näeme, et selles jadas hakkab alates 2. liikmest korduma arvude 0, 2, 3, 1, 4 viisik. Et 2023 = $5 \cdot 404$ + 3, siis on selle jada 2023 liikme seas peale 404 viisiku veel 3 liiget, nende seas esimene liige 2 ning liikmed 0 ja 2 viimase viisiku algusest. Seega on jada 2023-s liige 2.

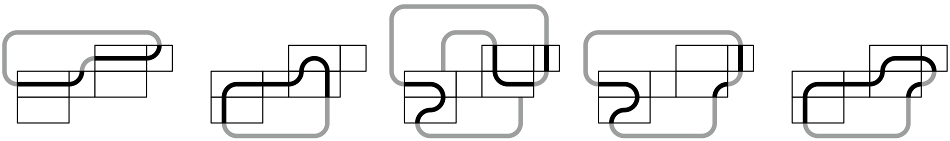
23. (A) Ristküliku jaotavad kaheks pindalalt võrdseks (pindvõrdseks) kujundiks näiteks selle mõlemad diagonaalid ja külgedega paralleelsed sirged, mis läbivad diagonaalide lõikepunkti. Lisaks neile sirgetele ka iga sirge, mis läbib diagonaalide lõikepunkti. Kehtib ka vastupidine: kui sirge jaotab ristküliku kaheks pindvõrdseks osaks, siis see sirge läbib diagonaalide lõikepunkti. Antud ristkülikut kaheks pindvõrdseks osaks jaotav sirge läbib punkti *L*(8; 2) ja seega ka diagonaalide lõikepunkti *K*(5; 3) (vt joonist). Vaatame esimeses valikvastuses antud punkti *A*(2; 4). Tõmbame kiired *KA* ja *KL* ning koordinaattelgedega paralleelsed lõigud *KN*, *LM* ja *AM.* Tekkinud täisnurksed kolmnurgad *ANK* ja *AML* on sarnased, sest vastavate kaatetite suhe on 1 : 3. Seega on ka kolmnurkade vastavate nurkade suurused võrdsed ning kiired *KA* ja *KL* moodustavad *x*-teljega võrdsed nurgad. See ütleb aga, et punktid *A*, *K* ja *L* asuvad ühel sirgel ja see sirge *AL* jaotabki ristküliku kaheks pindvõrdseks osaks. Visuaalsel vaatlusel võime näha, et ülejäänud valikvastustes antud punktid ei asu sirgel *AL*.



24. (D) Poolenisti laetud aku oleks kestnud vaid helistamiseks 16 tundi, vaid muusika kuulamiseks 10 tundi ja kasutust leidmata 40 tundi. Oletame, et Kati reis kestis *x* tundi. Ühe kolmandiku sellest ajast kuulas Kati muusikat, teise kolmandiku ta helistas ja kolmanda kolmandiku jooksul ei kasutanud ta üldse telefoni. Seega saame aku tühjenemise kohta võrrandi $\frac{x}{3}\left(\frac{1}{16} + \frac{1}{10} + \frac{1}{40}\right) = 1$, millest leiame, et Kati reis kestis x = 16 tundi.

25. (A) Kõik 3 kolme erineva ühekohalise arvu korrutist peavad olema võrdsed. Ei ole aga ühtki ringi, mis oleks ühendatud kõigi kolmikutega. Et arvudel 5 ja 7 ei ole ühiseid tegureid teiste ühekohaliste arvudega ja neid tohib kasutada vaid üks kord, ei sobi 5 ja 7 ühessegi ringi. Sama lugu on ka arvuga 0. Jäävad üle arvud 1, 2, 3, 4, 6, 8 ja 9. Et kahes horisontaalreas paiknevate arvukolmikute korrutised on võrdsed, peab neis asuva kuue arvu korrutis olema täisruut. Paigutatava 7 arvu korrutis aga on $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9 = 2^7 \cdot 3^4$, millest täisruudu saamiseks tuleb sellest eraldada kas arv 2 või $2^3 = 8$, ja mis tuleb paigutada kõige alumisse ringi. Kui paigutaksime alumisse ringi arvu 8, siis kummaski ülemises reas oleks arvude korrutis $\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 9} = 36$, mis aga ei ole arvu 8 kordne. Paigutades aga alumisse ringi arvu 2, õnnestub kõik teised arvud paigutada ringidesse nii, et arvukolmikute korrutis oleks 72. Üks selline võimalus on kui ülemises reas on arvud 1, 9 ja 8, teises reas 3, 4 ja 6 ning vertikaalreas 9, 4 ja 2.

26. (C) Valikvastustes antud pinnalaotused erinevad teineteisest vaid nende pinnale joonistatud joonte poolest. Ühendame hallide joontega pinnalaotustel tumeda joonega antud kõverjoone need punktid, mis ühtivad, kui pinnalaotused taas risttahukaks kokku panna (vt jooniseid). Selgub, et vastusevariandi C pinnalaotusel antud tume joon ei ole ainsana kinnine.

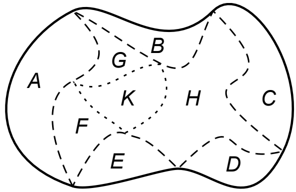


27. (D) Kui kolmekohalisest arvust $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ lahutame selle numbrite summa, saame $100a + 10b + c – a – b – c = 99a + 9b = 9(11a + b)$. Et see vahe peab olema kolmekohaline arv, mille kõik numbrid on samad, võib saadud vahe olla kas 333, 666 või 999. Paraku, ei saa see vahe olla võrdne suurima kolmekohalise arvu 999 endaga. Kui $9(11a + b) = 333$, siis $11a + b = 333 : 9 = 37$ ning $a = 3$ ja $b = 4$. Kuna vahe ei sõltu esialgse kolmekohalise arvu üheliste numbrist c, siis vastavad ülesande tingimustele kõik kümme kolmekohalist arvu kujul $\overline{34c}$, kus c on üks kümnest numbrist 0, 1, …, 9. Kui $9(11a + b) = 666$, siis $11a + b = 666 : 9 = 74$ ning $a = 6$ ja $b = 8$. Saame veel kümme kolmekohalist arvu kujul $\overline{68c}$. Otsitavaid kolmekohalisi arve on seega kokku 20.

28. (A) Esimene N sõnas BANANA saab olla üks kolmest N tähest ruudu diagonaalil. Vaatame neid juhte eraldi.
1) Esimene N on 1-s reas 3-s veerus. Kui ka teine N on see sama N, siis on kokku $2 \cdot 2 = 4$ võimalust. Kui teine N on 2-s reas ja 2-s veerus, siis on $2 \cdot 4 = 8$ võimalust. Kui teine N on 3-s reas ja 3-s veerus, on $1 \cdot 2 = 2$ võimalust. Kokku saime $4 + 8 + 2 = 14$ võimalust.
2) Esimene N on 2-s reas ja 2-s veerus (2 võimalust). Kui teine N on sama, mis esimene, on meil $4 \cdot 4 = 16$ võimalust. Kui teine N on üks ülejäänud kolmest N tähest, siis on igaühe korral $2 \cdot 2 = 4$ võimalust. Seega on sel juhul kokku $2 \cdot (16 + 3 \cdot 4) = 56$ võimalust.

3) Esimene N on 3-s reas ja 1-s veerus. Arutledes analoogiliselt esimese juhuga, saame, et ka siin on kokku 14 võimalust.
Seega on kokku 14 + 56 + 14 = 84 võimalust.

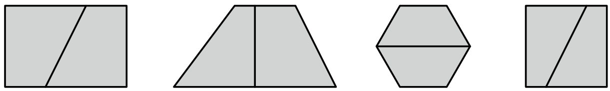
29. (B) Piirkondade *A*, *B*, *C*, *D* ja *E* ümbermõõtude summas *S* sisalduvad lisaks kogu pargi ümbermõõdule ka nimetatud viies piirkonnas asuvate teede pikkused (joonisel märgitud katkendliku joonega). Sellise joonega märgitud teed piiravad osaliselt ka piirkondi *F*, *G* ja *H*. Kui lahutame summast *S* nüüd piirkondade *F*, *G* ja *H* ümbermõõdud, oleme ülearu maha lahutanud ka piirkonna *K* ümbermõõdu (vastavad teed märgitud punktiirjoonega). Eespool öeldut arvestades, tuleb pargi ümbermõõdu saamiseks summast *S* lahutada piirkondade *F*, *G* ja *H* ümbermõõdud ja saadud vahele liita piirkonna *K* ümbermõõt. Seega on pargi ümbermõõt 12 + 11 + 9 + 4 + 6 – 15 – 7 – 3 + 5 = 22 kilomeetrit.



30. (A) Arvudest 1 kuni 9 jaguvad arvuga 3 (annavad jäägi 0) arvud 3, 6 ja 9, jäägi 1 annavad arvud 1, 4 ja 7 ning jäägi 2 annavad arvud 2, 5 ja 8. Kui kolmest arvust üks annab jagamisel arvuga 3 jäägi 0, teine jäägi 1 ja kolmas jäägi 2, siis nende kolme arvu summa annab jäägi 3, st jagub arvuga 3. Tähistagu kolme erinevat jääki mingis järjekorras tähed *A*, *B* ja *C*. Et üheksast reas olevast arvust mistahes kolme järjestikuse summa jaguks arvuga 3, peaks nende arvude jääkide järjekord selles reas olema *ABCABCABC*. Jääkide 0, 1 ja 2 järjestamiseks reas *ABC* on $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ võimalust. Kui jääkide järjekord on paigas, siis nii jäägi 0 andva kolme arvu, nii jäägi 1 andva kolme arvu, kui ka jäägi 2 andva kolme arvu paigutamiseks vastava jäägi kohale on 6 võimalust. Seega on arvude erinevaid paigutusi kokku $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^4$.

1. (C) Arvutades saame, et $\dfrac{7777^2}{5555 \cdot 2222} = \dfrac{7 \cdot 7 \cdot 1111 \cdot 1111}{5 \cdot 1111 \cdot 2 \cdot 1111} = \dfrac{49}{10}$.

2. (A) Ühe sirgjoonega ei õnnestu kaheks trapetsiks jaotada kolmnurka (vastusevariant A). Teiste kujundite jaotamise võimalused on näidatud joonistel.



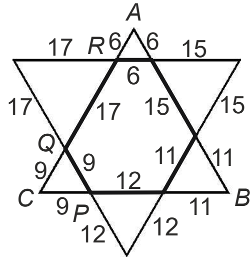
3. (E) Silindri põhjadega risti olevate teekonna lõikude pikkuste summa on võrdne silindri kõrgusega 15 cm. Ringjoone kaarte kujulised teekonna osad asuvad põhjaga paralleelsetel tasanditel. Kui projekteerida kaks keskmist kaart silindri põhjale, saame ühe ringjoone. Samasugune ringjoon tekib, kui projekteerida ülemine ja alumine kaar silindri põhjale. Seega on sipelga teekonna pikkus 15 cm + 30 cm + 30 cm = 75 cm.

4. (D) Nelja värvi korral on ülemise triibu värvimiseks 4 erinevat võimalust. Teise triibu värvimiseks ei tohi kasutada ülemise triibu värvimiseks kasutatud värvi, seega 3 võimalust. Kolmanda triibu värvi valikuks on taas 3 võimalust (neljast värvist ei tohi valida seda, millega värviti teist triipu). Lipu värvimisel saab Elli valida $4 \cdot 3 \cdot 3 = 36$ erineval moel.

5. (B) Kui arvu n jagajaks on 2, siis on see arv n paarisarv kujul $n = 2k$. Et *kolmarvul* n on vaid kolm jagajat 1, 2 ja n ning $2 \neq n$, siis $k = 2$ ja ainsaks *kolmarvuks* on $n = 4$.

6. (A) Avaldame antud võrrandist arvu x ja saame, et $x = 2^{10} - 2y = 2 \cdot (2^9 - y)$. Arv x on positiivne täisarv arvu y iga täisarvulise väärtuse korral alates arvust 1 kuni arvuni $2^9 - 1$ ja ainult nende korral. Seega leidub ülesande tingimusi rahuldavaid arvude paare kokku $2^9 - 1$.

7. (D) Kuna kuusnurga vastasküljed on paralleelsed, on kõik kuus kuusnurgast välja jäävat kolmnurka võrdkülgsed kolmnurgad. Leiame esialgse kolmnurga *ABC* (vt joonist) külje *AB* pikkuse $|AB| = 6 + 15 + 11 = 32$. Et kolmnurk *ABC* on võrdkülgne, siis $|CP| = 32 - 12 - 11 = 9$ ja $|QR| = 32 - 9 - 6 = 17$. Seega, kuusnurga ümbermõõt on $6 + 15 + 11 + 12 + 9 + 17 = 70$.

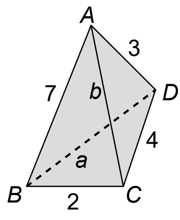


8. (C) Tähistagu täht S esialgse ruudu pindala. Esimesel korral mustaks värvitud ruudu pindala on siis $\frac{1}{4}S$, teisel korral $\frac{1}{4}\cdot(\frac{1}{4}S)$, kolmandal korral $\frac{1}{4}\cdot(\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}S)$ jne. Igal järgmisel korral korrutatakse eelmisel korral värvitud ruudukese pindala arvuga $\frac{1}{4}$. Näeme, et mustaks värvitud ruudukeste pindalad moodustavad lõpmatu geomeetrilise jada, mille esimene element $a_1 = \frac{1}{4}S$ ja jada tegur on $q = \frac{1}{4}$ ning selle jada summa ongi otsitav kogupindala. Et lõpmatu geomeetrilise jada summa leitakse avaldisega $\frac{a_1}{1-q}$ ja ülesandes antu põhjal on esialgse ruudu pindala S = 84, on mustaks värvitud ruudukeste kogupindala

$$\frac{\frac{1}{4}S}{1-\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}\cdot\frac{4}{3}S = S:3 = 84:3 = 28\,.$$

9. (E) Arvudest 1 kuni 9 jaguvad arvuga 3 (annavad jäägi 0) arvud 3, 6 ja 9, jäägi 1 annavad arvud 1, 4 ja 7 ning jäägi 2 annavad arvud 2, 5 ja 8. Kui kolmest arvust üks annab jagamisel arvuga 3 jäägi 0, teine jäägi 1 ja kolmas jäägi 2, siis nende kolme arvu summa annab jäägi 3, st jagub arvuga 3. Et tabelisse kirjutatud arv 7 annab jäägi 1 ja arv 9 jagub arvuga 3, tuleb nende arvude vahelisse ruutu kirjutada üks arvudest, mis annaks jäägi 2 ning esimesse ruutu kolmega jaguv arv. Seega peaks tabelisse paigutama arvud nii, et nende arvude jääkide järjekord selles reas oleks 0 1 2 0 1 2 0 1 2. Nii jäägi 0 andva puuduva kahe arvu kui ka jäägi 1 andva puuduva kahe arvu paigutamiseks vastava jäägi tühjadele kohtadele on kummalgi juhul 2 võimalust. Jäägi 2 andva kolme arvu paigutamiseks tühjadele kohtadele on $3\cdot2\cdot1 = 6$ võimalust. Seega on arvude erinevaid paigutusi kokku $2\cdot2\cdot6 = 24$.

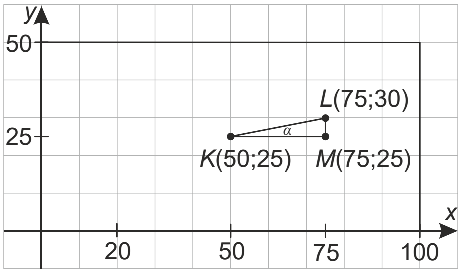
10. (E) Astme 5^n üheliste number on alati 5, kui täisarv $n > 1$. Seega on summa $5^n + 1$ üheliste number sel juhul alati 6. Järelikult on ülesandes antud korrutise üheliste number sama, mis arvul 6^3, milleks on number 6.



11. (C) Olgu püramiidi serva BD pikkus a ja serva AC pikkus b (vt joonist). Kasutades kolmnurgas ABD kolmnurga võrratust, saame, et $7 – 3 < a < 7 + 3$, mis ütleb, et täisarv $a \in \{5,6,7,8,9\}$. Kolmnurgast BCD saame, et $4 – 2 < a < 4 + 2$, st $a \in \{3,4,5\}$. Ainus ühine sobiv pikkus on seega $a = 5$. Kolmnurkadest ABC ja ACD saame kolmnurga võrratuse põhjal, et ühelt poolt $7 – 2 < b < 7 + 2$, teiselt poolt aga $4 – 3 < b < 4 + 3$. Seega $b \in \{6,7,8\}$ ja $b \in \{2,3,4,5,6\}$, millest järeldub, et $b = 6$. Küsitud summa on $a + b = 5 + 6 = 11$.

12. (A) Kirjutame arvu 6 faktoriaali üles veidi teisiti, rühmitades korrutises tegureid $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 8 \cdot 9 \cdot 10$. Seega $6! \cdot 7! = 7! \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 10!$ ja N = 10, mille numbrite summa on 1 + 0 = 1.

13. (A) Ristküliku jaotavad kaheks pindalalt võrdseks (pindvõrdseks) kujundiks näiteks selle mõlemad diagonaalid ja külgedega paralleelsed sirged, mis läbivad diagonaalide lõikepunkti. Lisaks neile sirgetele ka iga sirge, mis läbib diagonaalide lõikepunkti. Kehtib ka vastupidine: kui sirge jaotab ristküliku kaheks pindvõrdseks osaks, siis see sirge läbib diagonaalide lõikepunkti. Antud ristkülikut kaheks pindvõrdseks osaks jaotav sirge läbib punkti $L(75; 30)$ ja seega ka diagonaalide lõikepunkti $K(50; 25)$ (vt joonist). Konstrueerime punkti $M(75; 25)$ ja vaatame täisnurkset kolmnurka KML. Lõik KM on paralleelne x-teljega ning nurk LKM mõõdab sirge KL tõusunurka α. Seega sirge KL tõus $k = \tan\alpha = \frac{|LM|}{|KM|} = \frac{30-25}{75-50} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$.



14. (B) Võtame vaatluse alla spiraalis ülal parempoolses nurgas asuvad arvud ja all vasakpoolses nurgas asuvad arvud. Arvuni 3 jõudmiseks tuleb arvule 1 liita 1 + 1, arvuni 7 jõudmiseks tuleb liita 1 + (1 + 1 + 2 + 2) = 1 + 2 · (1 + 2), arvuni 13 jõudmiseks tuleb liita 1 + (1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3) = 1 + 2 · (1 + 2 + 3) ning arvuni 21 jõudmiseks on vaja liita 1 + (1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4) = 1 + 2 · (1 + 2 + 3 + 4). Paneme tähele, et ülemisse parempoolsesse nurka jõudmiseks tuleb arvule 1 liita kahekordselt kõik täisarvud alates arvust 1 kuni mingi paaritu arvuni $2k - 1$, vasakpoolsesse alumisse nurka jõudmiseks aga kuni mingi paarisarvuni $2k$. Leiame summa $1 + 2 + \ldots + 2k = [2k \cdot (2k + 1)] : 2$. Seega, spiraali vasakus alumises nurgas oleva iga arvu korral leidub mingi paarisarv $2k$ nii, et see arv on esitatav kujul $1 + 2k \cdot (2k + 1)$, kusjuures viimati on liidetud just kaks korda arv $2k$. Et jõuda siit edasi vasakpoolsesse ülemisse nurka, tuleks arvule $1 + 2k \cdot (2k + 1)$ juurde liita $2k + 1$. Kuna $(2k + 1)^2 = 1 + 2k \cdot (2k + 1) + 2k$, siis paaritu arvu ruudule järgnev arv asub spiraalis vasakul ülemises nurgas. Kuna $626 = 25^2 + 1$, siis 626 asubki vasakpoolses ülemises nurgas nagu vastuse-variandis B.

15. (B) Kuna m ja n on täisarvud, siis on täisarvud ka $2m - 2023$ ja $2n - m$. Mistahes reaalarvu absoluutväärtus ei saa olla negatiivne. Seega on võrratuse mõlemad liidetavad kas korraga võrdsed arvuga 0, või on üks 0 ja teine 1. Arv

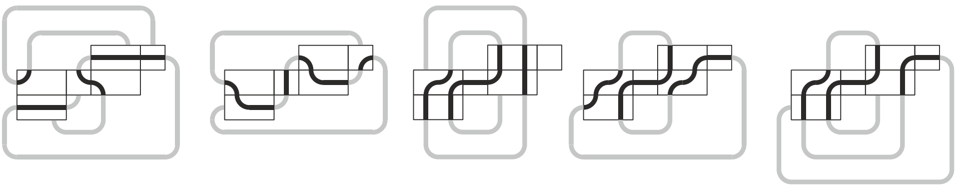
2023 on paaritu arv. Järelikult $2m - 2023 \neq 0$. Kui $|2m - 2023| = 1$, siis kas $2m - 2023 = 1$ ja $m = 1012$, või $2m - 2023 = -1$ ja $m = 1011$. Et $2n - m = 0$, siis m peab olema paarisarv. Seega $m = 1012$ ja $n = m : 2 = 1012 : 2 = 506$. Saime, et leidub ainult üks täisarvude paar (506; 1012), mille korral kehtib ülesandes antud võrratus.

16. (D) Tähistagu *K* känguru ja *O* kobrast. Et igal loomal oleks selles reas naabriks vähemal üks känguru, ei ole kolme looma korral lubatud järjestused *OOO* ja *OKO*. Nelja looma korral ei ole lubatud järjestused *OOOO*, *OKOO* ja *OOKO*. Seega, nelja kõrvuti asetseva looma korral saab kopraid olla maksimaalselt 2. Esimese 20 looma seas saab maksimaalselt olla järelikult vaid $2 \cdot 5 = 10$ kobrast. Viimase kolme looma seas võib olla ainult 1 kobras ühes järjestustest *KKO* või *OKK*. Suurim kobraste arv selles reas saab seega olla 11 ja nad saab paigutada ritta näiteks nii: *OKKO OKKO…OKKO OKK*.

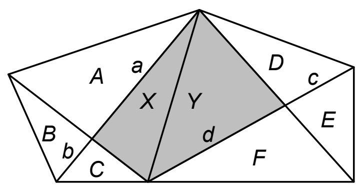
17. (C) Kasutades astme omadusi, saame, et astendaja $5^6 = 5^5 \cdot 5 = 5 \cdot 5^5$.

Seega, ülesandes antud arv $5^{5^6} = 5^{5 \cdot 5^5} = (5^5)^{5^5}$ ja $n = 5^5$.

18. (D) Valikvastustes antud pinnalaotused erinevad üksteisest vaid nende pinnale joonistatud joonte poolest. Ühendame hallide joontega pinnalaotustel tumeda joonega antud kõverjoone need punktid, mis ühtivad, kui pinnalaotused taas risttahukaks kokku panna (vt jooniseid). Selgub, et vastusevariandi D pinnalaotusel antud tume joon on ainsana kinnine.



19. (C) Tähistame viisnurga valged osakolmnurgad tähtedega ning jaotame nelinurga *P* diagonaaliga kaheks piirkonnaks *X* ja *Y* (vt joonist). Kui kahel kolmnurgal on võrdsed kõrgused, siis suhtuvad nende aluste pikkused nii nagu suhtuvad nende kolmnurkade pindalad. Kolmnurkadel *A* ja *B* on võrdsed kõrgused. Et *A* pindala on *3* korda suurem *B* pindalast, kehtib nende aluste kohta võrdus $a = 3b$. Vaatame kolmnurki *C* ja *X*, mille alused on vastavalt pikkusega *b* ja *a*. Seega on *X* pindala 3 korda suurem *C* pindalast ja on $2 \cdot 3 = 6$. Analoogiliselt toimides kolmnurkadega *E* ja *F* ning *D* ja *Y*, leiame, et $d = 2c$. Seega on kolmnurga *Y* pindala 2 korda suurem kolmnurga *D* pindalast ehk on võrdne $2 \cdot 5 = 10$. Jääb üle leida nelinurga *P* pindala 6 + 10 = 16.



20. (C) Kui algarvud p ja q on positiivse täisarvu N algtegurid ning $N = p^m \cdot q^n$, siis selle arvu N positiivsete tegurite arv on $(m + 1)(n + 1)$. Paneme tähele, et väiksem arv $2^{10} \cdot 3^{20}$ on ise suurema arvu $2^{20} \cdot 3^{23}$ üheks teguriks. Seega on väiksema arvu iga tegur ka suurema arvu tegur. Suuremal arvul on $(20 + 1)(23 + 1) = 21 \cdot 24$ tegurit ja väiksema arvu tegurite arv on $(10 + 1)(20 + 1) = 11 \cdot 21$. Küsitud tegurite arv on võrdne saadud tegurite arvude vahega $21 \cdot 24 – 11 \cdot 21 = 21 \cdot (24 – 11) = 21 \cdot 13 = 273$.

21. (E) Olgu $L(u; v)$ punkt, mida läbivad kõik graafikud. Siis võrdus $v = u^3 + 3u^2 + au + 2a + 4$ on tõene sõltumata arvu a väärtusest. Juhul kui $a = 0$, saame, et $v = u^3 + 3u^2 + 4$ ja juhul kui $a = 1$ saame, et $v = u^3 + 3u^2 + u + 6$. Lahutades saadud võrduste vastavad pooled, jõuame võrrandini $u + 2 = 0$, millest $u = –2$. Jääb üle leida $v = (-2)^3 + 3(-2)^2 + 4 = 8$. Seega läbivad kõik graafikud punkti $L(–2; 8)$ ja punkti L koordinaatide summa on $–2 + 8 = 6$, mis erineb neljas esimeses vastusevariandis antud arvudest. Matemaatiliselt korrektsuse huvides võiks ka kontrollida, kas $x = –2$ korral tõesti antud funktsiooni väärtus on $y = 8$ sõltumata kordajast a. Kui $x = –2$, siis $y = (-2)^3 + 3(-2)^2 + a(-2) + 2a + 4 = 8$ ja näeme, et see on tõesti nii, sõltumata a väärtusest.

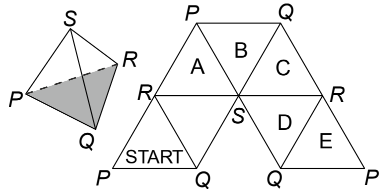
22. (B) Viie antud arvu a_k, kus $1 \le k \le 5$, summa on S. Teiselt poolt, vastavalt antud võrdusele, on

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = (1 + S) + (2 + S) + (3 + S) + (4 + S) + (5 + S) = 15 + 5S,$$

millest $S = 15 + 5S$ ja seega $S = -\dfrac{15}{4}$.

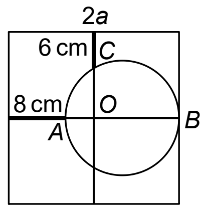
23. (B) Mati suurim võimalik lõpptulemus oleks $1 \cdot 1 \cdot 13 = 13$, kui lisaks kahele esikohale jääks ta kolmandal võistlusel viimasele ehk kolmeteistkümnendale kohale. Mati tulemusest väiksema lõpptulemuse $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ saaks võistleja, kes saavutaks kõigil kolmel võistlusel teise koha. Matist väiksema lõpptulemuse $3 \cdot 3 \cdot 1 = 9$ saaks ka see võistleja, kes saavutaks kahel esimesel võistlusel kolmanda koha ja viimasel esimese koha. Näitame, et võistlejate arv, kes saaksid lõpp-protokollis olla Matist eespool, ei saa olla suurem kui 2. Oletame, et siiski leidub 3 võistlejat, kelle koht lõpp-protokollis on eespool Mati kohta. Esimesel ja teisel võistlusel pidid nad siis hõivama vähemalt 2-se, 3-nda ja 4-nda koha, kolmandal võistlusel aga vähemalt 1-se, 2-se ja 3-nda koha. Nende kolme võistleja lõpptulemuste korrutis oleks siis $2^3 \cdot 3^3 \cdot 4^2 = 3456$. Kui aga need kolm võistlejat oleksid tõepoolest lõpp-protokollis eespool Matit, ei tohiks nende lõpptulemuste korrutis ületada arvu $13^3 = 2197$, mis on ilmselt väiksem kui võimalik 3456. Seega saab Mati ees lõpp-protokollis olla maksimaalselt kaks võistlejat ja Mati madalaim koht selle võistluse lõpp-protokollis võib olla 3.

24. (E) Tähistame tetraeedri halli tahu tipud tähtedega P, Q ja R ning selle tahu vastastipu tähega S (vt joonist). Kanname halli tahu tippudele valitud tähistused ka stardikolmnurgale. Märgime siinkohal, et lõpptulemus ei sõltu sellest, millises järjekorras tipud P, Q ja R stardikolmnurgal asuvad. Keerates tetraeedrit üle serva RQ, satub tipp S punkti, mis on ühine ka mänguväljadele A, B, C ja D. Joonisel on näidatud, kuhu satuvad tetraeedri teised tipud igal keeramisel üle ühe serva. Hall tahk ühtib mängulauaga taas alles kolmnurgal E.



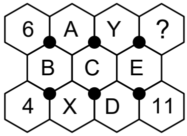
25. (D) Kui p, q, r, s ja t on antud võrrandi täisarvulised lahendid, siis $x^5 - 11x^4 + Ax^3 + Bx^2 + Cx - 7 = (x-p)(x-q)(x-r)(x-s)(x-t)$. Kaks hulkliiget on võrdsed parajasti siis, kui tundmatu vastavate astmete kordajad on võrdsed. Sellisel juhul $p \cdot q \cdot r \cdot s \cdot t = -7$ ja $(-p-q-r-s-t)x^4 = -11x^4$, mis ütleb, et täisarvuliste lahendite korrutis on –7 ja nende summa on 11. Seega saavad vaadeldavad lahendid olla ainult arvude +1, –1, +7 ja –7 seast, seejuures saab lahendiks olla vaid üks arvudest +7 ja –7. Ainuke võimalus saada nende võimalike lahendite summaks 11, on siis, kui neli lahendit on 1 ja üks on 7, sest 1 + 1 + 1 + 1 + 7 = 11. Seega on antud hulkliige võrdne korrutisega $(x-1)^4(x-7)$ ning $n = 4$.

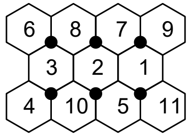
26. (A) Olgu O kahe jaotusjoone lõikepunkt ning A, B ja C ringjoone lõikepunktid jaotusjoontega (vt joonist). Nurk ACB on ringjoone diameetrile AB toetuv piirdenurk ja on seega täisnurk. Olgu suure ruudu külje pikkus $2a$ sentimeetrit. Täisnurkse kolmnurga ACB kõrguse CO pikkus on siis $a - 6$. Kõrgus CO jaotab hüpotenuusi AB kaheks osaks pikkustega $a - 8$ ja a. Kõrguse teoreemi põhjal on $(a - 6)^2 = (a - 8) \cdot a$, millest saame, et $a = 9$ ja suure ruudu külje pikkus on seega 18 cm.



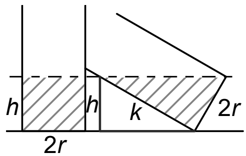
27. (E) Viie positiivse täisarvu n, $n + 1$, $n + 2$, $n + 3$ ja $n + 4$ seas leidub kindlasti vähemalt
1) 2 paarisarvu, millest üks jagub kindlasti ka arvuga 4;
2) 1 arv, mis jagub arvuga 3;
3) 1 arv, mis jagub arvuga 5.
Seega jagub viie järjestikuse täisarvu korrutis vähemalt arvuga
$2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ ning nende arvude korrutise kuup arvuga $2^9 \cdot 3^3 \cdot 5^3$.

28. (E) Tähistame tühjadesse kuusnurkadesse kuuluvad arvud tähtedega A, B, C, D, E, X ja Y nagu on tehtud vasakpoolsel joonisel. Kahe vasakpoolsema täpiga seotud kuusnurkadest saame, et 6 + A + B = 4 + B + X, millest järeldub, et X = A + 2. Kahe keskmise täpiga seotud kujunditest saame, et A + Y + C = X + D + C = A + 2 + D + C, millest leiame, et Y = D + 2. Parempoolse kahe täpiga seotud kuusnurkadest saame nüüd, et Y + ? + E = D + 11 + E. Seega on otsitavaks arvuks ? = D + 11 – Y = D + 11 – D – 2 = 9. Parempoolsel joonisel on antud arvudega täidetud tabel, mis vastab ainsana ülesande tingimustele.





29. (A) Kui silindri põhja pindala on 3π m^2, siis on põhja raadiuse pikkus $r = \sqrt{3}$ m. Joonisel on silindrites vett sisaldav osa viirutatud. Olgu vee kõrgus silindrites esialgu h meetrit nagu on näidatud ka vasakpoolsel silindril. Mõlemas silindris on siis $3\pi h$ m^3 vett. Kallutatud silindris olev vesi aga täidab täpselt poole sellisest silindrist, mille põhja pindala on 3π m^2 ja kõrgus on k. Seega $3\pi h = 0{,}5 \cdot 3\pi k$, millest saame, et $h = 0{,}5 \cdot k$. Vaatame joonisele lisatud valget täisnurkset kolmnurka kaatetiga h ja hüpotenuusiga k. Kuna $h = 0{,}5 \cdot k$, siis selle täisnurkse kolmnurga teravnurgad on 30° ja 60°. Siis aga on ka viirutatud täisnurkse kolmnurga, mille kaatetite pikkused on k ja $2r$, teravnurgad 30° ja 60°. Sellest kolmnurgast saame, et $k : 2r = 2h : 2r = h : r = \tan 60° = \sqrt{3}$ ning $h = \sqrt{3}\, r = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$ meetrit. Seega on kummaski silindris $3\pi \cdot 3 = 9\pi$ kuupmeetrit vett.



30. (C) Kuue järjestikuse naturaalarvu seas leidub kindlasti vähemalt üks paarisarv ja üks viiega jaguv arv. Seega on selliste arvude 12-kohalise korrutise viimane number $b = 0$. Numbrid a, b, c ja d on neli järjestikust numbrit mingis järjekorras. Et $b = 0$, siis numbrid a, c ja d peavad olema numbrite 1, 2 ja 3 seast ja $a + c + d = 1 + 2 + 3 = 6$. Kuue korrutatava järjestikuse naturaalarvu seas leidub kindlasti ka vähemalt kaks arvu, mis jaguvad arvuga 3. Seega jagub nende korrutis kindlasti arvuga 9, st, et arvuga 9 peab jaguma 12-kohalise arvu numbrite summa $2a + 4b + 2c + 4d = 2 \cdot (a + c + 2d) = 2 \cdot (6 + d)$. See on võimalik vaid siis, kui $d = 3$. Huvilistele lisame, et selline korrutis tõepoolest eksisteerib ja on $74 \cdot 75 \cdot 76 \cdot 77 \cdot 78 \cdot 79 = 200133133200$.