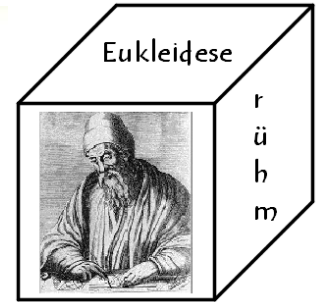


Kuubik

IV voor



Задачи группы Евклида для учеников 3 – 5 классов.

Срок представления решений четвёртого тура 17 февраля 2012 г.

Решения посылай на почтовый адрес Tähe 4 – 143, Tartu 51010 (на конверте напиши KUUBIK).

Результаты и задачи следующего тура смотри на сайте <http://www.teaduskool.ut.ee/kuubik>

Задача 1. В одной фирме работают 40 человек. Они решили организовать рождественскую лотерею, чтобы определить самого везучего работника.

Для этого каждый работник купил один лотерейный билет за 3 евро. Полученная с продажи билетов денежная сумма образовала выигрышный фонд лотереи. Затем они напечатали 40 лотерейных билетов и записали на некоторые из них выигрышные суммы трёх видов. Выигрышные суммы в 4 евро и в 5 евро они записали на билеты так, чтобы все билеты можно было разложить в ряд таким образом, чтобы каждый четвёртый билет выиграл 4 евро, а также разложить в ряд так, чтобы каждый пятый билет выиграл 5 евро.

Оставшиеся в фонде деньги образовали главный выигрыш лотереи, который записали на одном чистом лотерейном билете.

- а) Каков главный выигрыш в этой рождественской лотерее?
- б) Сколько человек ничего не выиграют в этой лотерее?

Задача 2. В кафе на тарелку можно самому положить любой из имеющихся салатов. Все салаты стоят 8 евро за килограмм, и платить за салат нужно по его весу. Каждая тарелка весит 300 грамм.

- а) Катя положила на свою тарелку салат и поставила тарелку с салатом на весы. Сколько она должна заплатить за салат, если на весах появился результат 550 г?
- б) У Димы было с собой всего 3 евро. Он поставил свою тарелку на весы и стал накладывать на тарелку салат, следя при этом за показателем весов. До какого наибольшего показателя весов (в граммах) Дима может накладывать себе салат, чтобы суметь за него заплатить?

Задача 3. Обычно от дома до дачи Дима едет на машине со средней скоростью 75 километров в час и тогда добирается до туда за 20 минут.

- а) Однажды в силу погодных условий его путь от дома до дачи длился ровно полчаса. С какой средней скоростью Дима ехал в тот день?
- б) Сегодня Дима очень спешил и поехал от дома до дачи с наибольшей допустимой скоростью. Таким образом, его средняя скорость была 90 километров в час. За какое время он доехал от дома до дачи сегодня? Найди это время с точностью до секунды.

Задача 4.

а) Поставь в каждую из клеточек один из арифметических знаков действия (+, −, ×, ÷) так, чтобы действовало равенство

$$6 \square 1 \square 2 \square 3 = 5$$

Найди все различные возможности.

б) Найди наименьшее положительное целое число, которое не может быть значением выражения

$$6 \square 1 \square 2 \square 3$$

если в каждую из клеточек поставить один знак действия.

Замечание. Использовать скобки не разрешается.

Задача 5.

а) Дима сложил 4 различных положительных целых числа и получил сумму, которая оказалась меньше числа 40. Сколько различных сумм мог получить Дима?

б) Катя умножила 3 различных положительных целых числа и получила произведение, которое оказалось меньше числа 30. Сколько различных произведений могла получить Катя?

Задача 6. На доске записаны последовательные целые числа от 1 до 16:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

Катя подчеркнула все числа, которые содержат цифру 1. Оказалось, что среди записанных чисел одинаковое количество чисел, которые содержат цифру 1 и которые не содержат цифру 1.

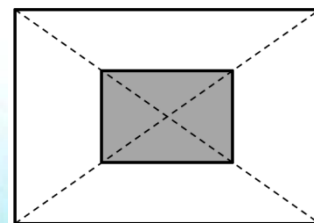
а) Катя продолжила этот ряд чисел, записав ещё несколько последовательных двузначных чисел. Какое число она записала последним, если в новом ряду снова оказалось одинаковое количество чисел, которые содержат цифру 1 и которые не содержат цифру 1?

б) Дима записал все последовательные целые числа от 1 до некоторого трёхзначного числа так, что среди них оказалось одинаковое количество чисел, которые содержат цифру 1 и которые не содержат цифру 1. Найди все возможные значения наибольшего числа, записанного Димой.

Задача 7. На доску объявлений прямоугольной формы, длина которой 1 метр, а ширина 7 дм, прикрепляют прямоугольной формы плакаты размером 40 × 25 см так, чтобы плакаты не накладывались друг на друга и целиком лежали на поверхности доски, и чтобы соответствующие стороны плакатов и доски были параллельны.

а) Какое наибольшее количество плакатов можно прикрепить на эту доску объявлений? Нарисуй их расположение на доске.

б) Один плакат прикрепили в самый центр доски объявлений. Это значит, что точка пересечения диагоналей доски совпала с точкой пересечения диагоналей плаката (см. рисунок). Сколько ещё плакатов можно прикрепить на эту доску? Почему?

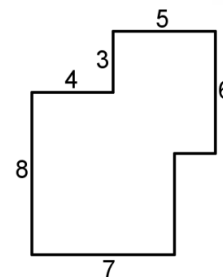


Задача 8. У Димы всего шестьдесят четыре одинаковых кубика, из которых он на полу построил один большой куб.

а) Дима сосчитал количество всех различных кубиков, которые он смог увидеть, обходя вокруг построенного большого куба. Какое число он получил?

б) Сколько маленьких кубов он может сделать из построенного большого куба так, чтобы высота каждого маленького куба была в 2 раза меньше высоты большого куба?

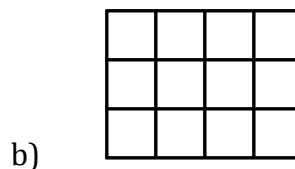
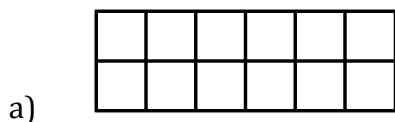
Задача 9. На рисунке изображён восьмиугольник, все стороны которого пересекаются только под прямым углом. Длины шести его сторон обозначены на рисунке.



а) Найди сумму длин двух неизвестных сторон этого восьмиугольника.

б) На сколько единичных квадратов можно поделить этот восьмиугольник?

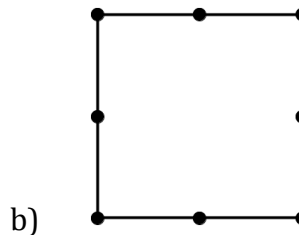
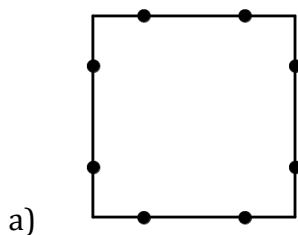
Задача 10. Катя нарисовала два различных прямоугольника, каждый из которых состоит из двенадцати клеток (см. рисунки).



Для каждой клетки соседними назовём те клетки, у которых с этой клеткой общая сторона.

Катя записала в каждую из клеток цифру 1 или 2. Оказалось, что в каждой клетке она записала число, которое равно количеству соседних для неё клеток, в которые записана такая же цифра. Заполни клетки данных прямоугольников цифрами так, как могла это сделать Катя.

Задача 11. На сторонах и/или на вершинах квадрата обозначены 8 точек так, как показано на рисунке. Сколько различных прямых линий можно начертить так, чтобы каждая прямая линия проходила, по крайней мере, через две обозначенные точки?



Задача 12. Дима играет в следующую компьютерную игру. В начале игры на экране появляются записанные в ряд в некотором порядке цифры от 1 до 5. За один ход нужно разом переместить две рядом стоящие цифры в любом направлении (вправо или влево) и на любое количество мест.

В ряду 13524 можно выбрать, например, рядом стоящие цифры 52 и за один ход получить один из следующих рядов 52134, 15234 или 13452.

Найди наименьшее количество ходов, за которые можно из ряда 24531 получить ряд

а) 12345;

б) 54321.